



## Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat

**Задача 1.** (5 баллов) В ребусе на рисунке 1 разные буквы обозначают разные цифры. Чему равно четырехзначное число ABCD?

**Ответ:** 1507.

**Решение:** Цифра А не может быть ничем иным, кроме 1, так как иначе  $V+B=2*B=0$ , что невозможно, так как иначе число BAD не будет трёхзначным. Теперь нам нужно, чтобы  $2*B=10$  или 9 при переносе

$$\begin{array}{r} + \text{ ABCD} \\ \text{BAD} \\ \hline 2024 \end{array}$$

Рисунок 1

единицы из предыдущего разряда (что невозможно, так как  $2*B$  - чётное число). Тогда  $B=5$ , так как два десятка мы не можем перенести, поскольку максимально два слагаемых могут дать  $9+9=18$ . Если  $B=5$ , то тогда  $C+A=C+1=2$  (что невозможно, так как  $C \neq A$ ) или 1, если есть перенос из меньшего разряда. Тогда  $C=0$ . Если  $C=0$ , то  $D=7$ . Тогда получаем равенство  $1507+517=2024$ , и  $ABCD=1507$ .

**Задача 2.** (7 баллов) Мама готовит яблочные пироги для бабушкиного юбилея, а дочка Галя ей помогает. На один пирог маме нужно порезать 6 яблок, но от каждого яблока Галя съедает  $\frac{1}{4}$ , а от каждого второго яблока попугай Кеша утаскивает  $\frac{1}{3}$  остатка. Сколько яблок нужно порезать маме на 5 пирогов?

**Ответ:** 48 яблок.

**Решение:** из каждого шести яблок Галя съедает  $\frac{6}{4}$ , а Кеша съедает три раза по  $\frac{1}{3}$  от яблок, оставшихся после Гали, то есть  $3 * \frac{1}{3} * \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$ . Тогда от 6 яблок останется  $6 - \frac{6}{4} - \frac{3}{4} = \frac{15}{4}$ . Чтобы определить, сколько яблок порезать маме, составим пропорцию: из 6 яблок остаётся  $\frac{15}{4}$ , тогда чтобы осталось на 5 пирогов  $6*5=30$  яблок, нужно порезать  $\frac{30*6}{\frac{15}{4}} = \frac{30*24}{15} = 48$  яблок.

**Задача 3.** (7 баллов) Фигура на рисунке 2 состоит из одинаковых прямоугольников периметра 14. Чему равен периметр получившейся фигуры?

**Ответ:** 42.

**Решение:** Если обозначить маленькую сторону за  $x$ , а большую за  $y$ , то периметр прямоугольника  $2 * (y + x)$ . Последовательно посчитаем периметр фигуры на рисунке, начиная с левого нижнего угла, получим

$y - x + y + x + y + 3 * x + y - x + y + x + y + 3 * x = 6 * y + 6 * x = 6 * (y + x)$ , что даст 3 периметра прямоугольника, то есть  $14 * 3 = 42$ .

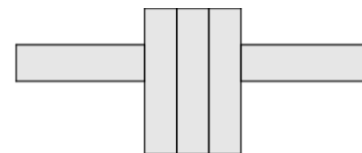


Рисунок 2

**Задача 4.** (8 баллов) В школе Ильверморни ученики 2 класса выбирали новые предметы на учебный год. Всего было три новых предмета: чары, снадобья и бургерология. 7 человек записались на чары, 9 на снадобья и 11 на бургерологию, при этом каждый выбрал по два предмета, а Изольда записалась на все. Сколько учеников в классе?

**Ответ:** 13 человек.

**Решение:** Если сложить все записи на предметы,  $7+9+11=27$ , то в этом числе каждый ученик будет учитываться дважды, а Изольда трижды. Если убрать три записи Изольды, то получим 24 - удвоенное количество тех, кто записался на два предмета. Тогда таких ребят 12 плюс Изольда, итого 13 человек.

**Задача 5.** (9 баллов) Папа попросил Витю измерить площадь Витинога стола и дал ему сантиметровую рулетку. Кто-то отломал конец рулетки, теперь она начинается ровно с отметки 2 см. Витя не заметил этого и померил площадь, считая рулетку обычной, у него получилось  $1333 \text{ см}^2$ . Какова площадь стола на самом деле, если одна сторона больше другой на 12 см?

**Ответ:**  $1189 \text{ см}^2$

**Решение:** Возьмём за  $x$  правильную длину меньшей стороны стола, тогда у Вити получились измерения  $(x + 2)$  см и  $(x + 12 + 2)$  см, из чего выходит уравнение  $(x + 2) * (x + 14) = 1333$ , которое преобразуется к квадратному уравнению  $x^2 + 16 * x - 1305 = 0$ . Находим корни  $\frac{-16 \pm \sqrt{256 + 5220}}{2} = \frac{-16 \pm 74}{2}$ , откуда получим корни

-45 (что не подходит по условию, так как длина не может быть отрицательной) и 29. Значит, меньшая сторона стола - 29 см, а большая - 41 см, откуда площадь будет  $29 \cdot 41 = 1189 \text{ см}^2$ .

**Задача 6.** (11 баллов) Папа поставил на палке несколько зарубок и между каждыми двумя соседними зарубками вбил по два гвоздя. Потом между каждыми двумя гвоздями он вбил ещё по два гвоздя. Сколько было на палке зарубок, если в палку вбито 46 гвоздей?

**Ответ:** 9.

**Решение:** Пусть на палке  $x$  зарубок, тогда между двумя соседними зарубками окажется  $x-1$  отрезков, в каждом из которых папа вбил по два гвоздя, это даст  $2 \cdot (x-1)$  гвоздей. Между этим количеством гвоздей окажется  $2 \cdot (x-1)-1$  отрезков, в каждом из которых будет ещё по два гвоздя, то есть  $2 \cdot (2 \cdot (x-1)-1)$  гвоздей. Итого будет вбито  $2 \cdot (x-1) + 2 \cdot (2 \cdot (x-1)-1) = 2 \cdot x - 2 + 2 \cdot (2 \cdot x - 3) = 6 \cdot x - 8$ . По условию это 46 гвоздей, отсюда  $6 \cdot x - 8 = 46$ , тогда  $6 \cdot x = 54$ , а  $x = 9$ .

**Задача 7.** (11 баллов) Три деревни, Кузнецово, Поповка и Троицкое, ведут между собой торговлю. Кузнецово поставляет на рынок 6 коробок, Поповка - 8, а Троицкое - 10. В течение дня каждая деревня обменила все свои коробки с двумя другими. В конце дня Кузнецово получило 9 коробок, Поповка - 7, а Троицкое - 8. Сколько коробок участвовало в обмене между Кузнецово и Поповкой?

**Ответ:** 6.

**Решение:** Пусть Кузнецово поставило в Поповку  $x$  коробок, тогда оставшиеся  $6-x$  коробок Кузнецово поставило в Троицкое. Поповка получила  $x$  коробок из Кузнецово, тогда остальные  $7-x$  они получили из Троицкого. Тогда получается, что Троицкое отдало  $7-x$  коробок в Поповку из своих 10, для Кузнецово тогда осталось  $10 - 7 + x = x + 3$  коробки. Кузнецово получило  $x + 3$  коробки от Троицкого, тогда оставшиеся коробки она получила из Поповки, их будет  $9 - (x + 3) = 6 - x$  коробок. Получаем, что Кузнецово отправило в Поповку  $x$  коробок и получила  $6-x$ , то есть всего в обмене участвовало  $x + 6 - x = 6$  коробок.

**Задача 8.** (13 баллов) На рисунке 3 изображены ячейки, цифра внутри каждой ячейки показывает, сколько из соседних с ней ячеек должны быть раскрашены (соседняя ячейка - та, которая имеет с данной общую сторону). Сколько всего ячеек должно быть раскрашено?

**Ответ:** 12.

**Решение:** Необходимо начинать с закрашивания ячеек, соседних с крайними двойками и тройками, у которых столько соседей, какова цифра внутри ячейки, а потом постепенно обрабатывать остальные ячейки, отмечая те, которые точно закрашены, и те, что точно не закрашены. В итоге получим рисунок, где закрашены 12 ячеек.

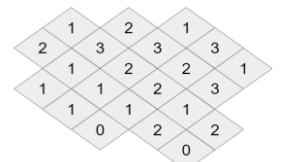
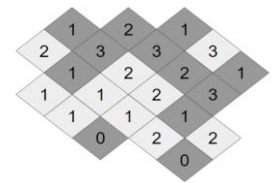


Рисунок 3



**Задача 9.** (14 баллов) На собрание в лесу пришли несколько мартышек и лемуров. Орангутанг попросил залезть на дерево каждого из них, кто видит больше 5 мартышек и больше 5 лемуров, не включая себя. На деревья залезли 9 приматов. Сколько приматов находится на собрании?

**Ответ:** 15.

**Решение:** Поскольку 9 приматов залезли на деревья, то в лесу точно есть 6 мартышек и 6 лемуров. Если и тех, и тех будет по 7, то тогда на деревья залезут все 14 приматов, что не удовлетворяет условию. Значит, кого-то будет ровно 6. Допустим, мартышек. Тогда каждая из мартышек останется внизу, поскольку будет видеть лишь 5 других мартышек, а все приматы на деревьях окажутся лемурами, то есть их 9. Итого 9 лемуров и 6 мартышек дадут 15 приматов.

**Задача 10.** (15 баллов) Ровно в полночь у старых часов с кукушкой минутная стрелка зацепилась за часовую и некоторое время протащила её за собой, после чего стрелки расцепились и продолжили двигаться со своей обычной скоростью. Рядом стояли электронные часы, они показали 0:45 в момент расцепления стрелок. Каков будет угол между часовой и минутной стрелками в полдень по электронным часам (угол должен быть от 0 до  $180^\circ$ )?

**Ответ:**  $112,5^\circ$ .

**Решение:** Если в 0:45 часы повернуть на  $270$  градусов против часовой стрелки, то они будут идти как обычные, но будут отставать на 45 минут. Тогда в полдень угол между их стрелками окажется таким же, как в 11:15 на обычных часах, а это  $4 \cdot 30 - 0,25 \cdot 30 = 112,5$  градуса.