



## Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat

**Задача 1.** (5 баллов) В ребусе на рисунке 1 разные буквы обозначают разные цифры. Чему равно наибольшее возможное четырехзначное число ABCD?

**Ответ:** 1842.

**Решение:** Цифра А не может быть ничем иным, как 1, так как иначе  $V+A=V+2=0$ , что невозможно. Теперь нам нужно, чтобы  $V+A=10$  или 9

при переносе единицы из предыдущего разряда. Если  $V=9$ , то переноса не будет, тогда  $C+V=C+9=2$ , что невозможно. Тогда  $V=8$ , так как два десятка мы не можем перенести, поскольку максимально два слагаемых могут дать  $9+9=18$ . Если  $V=8$ , то тогда  $C+V=C+8=12$  или 11, если из младшего разряда будет перенос. Тогда С может быть либо 4, либо 3. Если  $C=3$ , то  $D=7$ . Если  $C=4$ , то  $D=2$ . Тогда получаем два равенства  $1842+182=2024$ , или  $1837+187=2024$ . тогда  $ABCD=1842$ , так как нам требуется большее из этих чисел.

$$\begin{array}{r} + \text{ ABCD} \\ \text{ABD} \\ \hline \end{array}$$

2 0 2 4

Рисунок 1

**Задача 2.** (7 баллов) Мама готовит яблочные пироги для бабушкиного юбилея, а дочка Вера ей помогает. На один пирог маме нужно порезать 8 яблок, но от каждого яблока Вера съедает  $\frac{1}{9}$ , а от каждого второго яблока хомяк Фукс утаскивает  $\frac{1}{8}$  остатка. Сколько яблок нужно порезать маме на 5 пирогов?

**Ответ:** 48 яблок.

**Решение:** из каждых восьми яблок Вера съедает  $\frac{8}{9}$ , а хомяк съедает четыре раза по  $\frac{1}{8}$  от яблок, оставшихся после Веры, то есть  $4 * \frac{1}{8} * \frac{8}{9} = \frac{4}{9}$ . Тогда от 8 яблок останется  $8 - \frac{8}{9} - \frac{4}{9} = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$ . Чтобы определить, сколько яблок порезать маме, составим пропорцию: из 8 яблок остаётся  $\frac{20}{3}$ , тогда чтобы осталось на 5 пирогов  $5 * 8 = 40$  яблок, нужно порезать  $\frac{40 * 8}{\frac{20}{3}} = \frac{40 * 24}{20} = 48$  яблок.

**Задача 3.** (7 баллов) Фигура на рисунке 2 состоит из одинаковых прямоугольников периметра 23. Чему равен периметр получившейся фигуры?

**Ответ:** 69.

**Решение:** Если обозначить маленькую сторону за  $x$ , а большую за  $y$ , то периметр прямоугольника  $2 * (y + x)$ . Последовательно посчитаем периметр фигуры на рисунке, начиная с левого нижнего угла, получим

$y - x + y + x + y + x + y + 3 * x + y - x + y + x + y + 3 * x = 6 * y + 6 * x = 6 * (y + x)$ , что даст 3 периметра прямоугольника, то есть  $23 * 3 = 69$ .

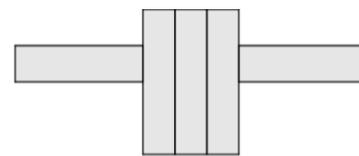


Рисунок 2

**Задача 4.** (8 баллов) В школе Дурмстранг ученики 2 класса выбирали новые предметы на учебный год. Всего было три новых предмета: зельеварение, проклятия и катание на лыжах. 8 человек записались на зельеварение, 10 на проклятия и 7 на лыжи, при этом каждый выбрал по два предмета, а Виктор записался на все. Сколько учеников в классе?

**Ответ:** 12 человек.

**Решение:** Если сложить все записи на предметы,  $8+10+7=25$ , то в этом числе каждый ученик будет учитываться дважды, а Виктор трижды. Если убрать три записи Виктора, то получим 22 - удвоенное количество тех, кто записался на два предмета. Тогда таких ребят 11 плюс Виктор, итого 12 человек.

**Задача 5.** (9 баллов) Папа попросил Сашу измерить площадь Сашиного стола и дал ему сантиметровую рулетку. Кто-то отломал конец рулетки, теперь она начинается ровно с отметки 2 см. Саша не заметил этого и померил площадь, считая рулетку обычной, у него получилось  $1564 \text{ см}^2$ . Какова площадь стола на самом деле, если одна сторона больше другой на 12 см?

**Ответ:**  $1408 \text{ см}^2$

**Решение:** Возьмём за  $x$  правильную длину меньшей стороны стола, тогда у Саши получились измерения  $(x + 2)$  см и  $(x + 12 + 2)$  см, из чего выходит уравнение  $(x + 2) * (x + 14) = 1564$ , которое преобразуется к квадратному уравнению  $x^2 + 16 * x - 1536 = 0$ . Находим корни  $\frac{-16 \pm \sqrt{256 + 6144}}{2} = \frac{-16 \pm 80}{2}$ , откуда получим корни

-48 (что не подходит по условию, так как длина не может быть отрицательной) и 32. Значит, меньшая сторона стола - 32 см, а большая - 44 см, откуда площадь будет  $32 \cdot 44 = 1408 \text{ см}^2$ .

**Задача 6.** (11 баллов) Папа поставил на палке несколько зарубок и между каждыми двумя соседними зарубками вбил по три гвоздя. Потом между каждыми двумя гвоздями он вбил ещё по два гвоздя. Сколько было на палке зарубок, если в палку вбито 43 гвоздя?

**Ответ:** 6.

**Решение:** Пусть на палке  $x$  зарубок, тогда между двумя соседними зарубками окажется  $x-1$  отрезков, в каждом из которых папа вбил по три гвоздя, это даст  $3 \cdot (x-1)$  гвоздей. Между этим количеством гвоздей окажется  $3 \cdot (x-1) - 1$  отрезков, в каждом из которых будет ещё по два гвоздя, то есть  $2 \cdot (3 \cdot (x-1) - 1)$  гвоздей. Итого будет вбито  $3 \cdot (x-1) + 2 \cdot (3 \cdot (x-1) - 1) = 3 \cdot x - 3 + 2 \cdot (3 \cdot x - 4) = 9 \cdot x - 11$ . По условию это 43 гвоздя, отсюда  $9 \cdot x - 11 = 43$ , тогда  $9 \cdot x = 54$ , а  $x = 6$ .

**Задача 7.** (11 баллов) Три деревни, Сосновка, Орловка и Петрово, ведут между собой торговлю. Сосновка поставяет на рынок 8 коробок, Орловка - 9, а Петрово - 10. В течение дня каждая деревня обменяла все свои коробки с двумя другими. В конце дня Сосновка получила 7 коробок, Орловка - 11, а Петрово - 9. Сколько коробок участвовало в обмене между Сосновкой и Орловкой?

**Ответ:** 8.

**Решение:** Пусть Сосновка поставила в Орловку  $x$  коробок, тогда оставшиеся  $8-x$  коробок Сосновка поставила в Петрово. Орловка получила  $x$  коробок из Сосновки, тогда остальные  $11-x$  она получила из Петрово. Тогда получается, что Петрово отдали  $11-x$  коробок в Орловку из своих 10, для Сосновки тогда осталась  $10 - 11 + x = x - 1$  коробка. Сосновка получила  $x-1$  коробку от Петрово, тогда оставшиеся коробки она получила из Орловки, их будет  $7 - (x-1) = 8-x$  коробок. Получаем, что Сосновка отправила в Орловку  $x$  коробок и получила  $8-x$ , то есть всего в обмене участвовало  $x + 8 - x = 8$  коробок.

**Задача 8.** (13 баллов) На рисунке 3 изображены ячейки, цифра внутри каждой ячейки показывает, сколько из соседних с ней ячеек должны быть раскрашены (соседняя ячейка - та, которая имеет с данной общую сторону). Сколько всего ячеек должно быть раскрашено?

**Ответ:** 13.

**Решение:** Необходимо начинать с закрашивания ячеек, соседних с крайними двойками и тройками, у которых столько соседей, какова цифра внутри ячейки, а потом постепенно обрабатывать остальные ячейки, отмечая те, которые точно закрашены, и те, что точно не закрашены. В итоге получим рисунок, где закрашены 13 ячеек.

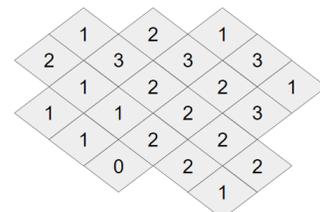
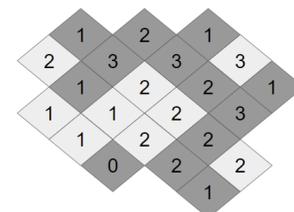


Рисунок 3



**Задача 9.** (14 баллов) В аудитории собрались несколько девушек и юношей. Профессор попросил сесть каждого, кто видит больше 4 девушек и больше 4 юношей, не включая себя. Сели 8 человек. Сколько человек находится в аудитории?

**Ответ:** 13 человек.

**Решение:** Поскольку 8 человек сели, то в аудитории точно есть 5 девушек и 5 юношей. Если и тех, и тех будет по 6, то тогда сядут все 12 человек, что не удовлетворяет условию. Значит, кого-то будет ровно 5. Допустим, девушек. Тогда каждая из девушек останется стоять, поскольку будет видеть лишь 4 других девушек, а все сидящие окажутся юношами, то есть их 8. Итого 8 юношей и 5 девушек дадут 13 человек.

**Задача 10.** (15 баллов) Ровно в полночь у старых часов с кукушкой минутная стрелка зацепилась за часовую и некоторое время протащила её за собой, после чего стрелки расцепились и продолжили двигаться со своей обычной скоростью. Рядом стояли электронные часы, они показали 0:55 в момент расцепления стрелок. Каков будет угол между часовой и минутной стрелками в полдень по электронным часам (угол должен быть от 0 до  $180^\circ$ )?

**Ответ:**  $57,5^\circ$ .

**Решение:**

Если в 0:55 часы повернуть на  $330$  градусов против часовой стрелки, то они будут идти как обычные, но будут отставать на 55 минут. Тогда в полдень угол между их стрелками окажется таким же, как в 11:05 на обычных часах, а это  $30 + 30 - \frac{1}{12} \cdot 30 = 57,5$  градусов.