



Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat

Задача 1. (5 баллов) В ребусе на рисунке 1 разные буквы обозначают разные цифры. Чему равно четырёхзначное число ABCD?

Ответ: 1862.

Решение: Цифра А не может быть ничем иным, как 1, так как иначе $V+A=V+2=0$, что невозможно. Теперь нам нужно, чтобы $V+A=10$ или 9 при переносе единицы из предыдущего разряда. Если $V=9$, то

переноса не будет, тогда $C+C=2$, что невозможно, так как А и С должны быть разными. Тогда $V=8$, так как два десятка мы не можем перенести, поскольку максимально два слагаемых могут дать $9+9=18$. Если $V=8$, то тогда $C+C=2*C=12$ или 11, последнее невозможно, так как $2*C$ - чётное число. Тогда С - это 6. Если $C=6$, то $D=2$. Тогда получаем равенство $1862+162=2024$, и $ABCD=1862$.

$$\begin{array}{r} + \text{ ABCD} \\ \text{ACD} \\ \hline 2024 \end{array}$$

Рисунок 1

Задача 2. (7 баллов) Мама готовит яблочные пироги для бабушкиного юбилея, а дочка Берта ей помогает. На один пирог маме нужно порезать 6 яблок, но от каждого яблока Берта съедает $\frac{1}{5}$, а от каждого второго яблока собака Бэтти утаскивает $\frac{1}{4}$ остатка. Сколько яблок нужно порезать маме на 7 пирогов?

Ответ: 60 яблок.

Решение: из каждых шести яблок Берта съедает $\frac{6}{5}$, а Бэтти съедает 3 раза по $\frac{1}{4}$ от яблок, оставшихся после Берты, то есть $3 * \frac{1}{4} * \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$. Тогда от 6 яблок останется $6 - \frac{6}{5} - \frac{3}{5} = 6 - \frac{9}{5} = \frac{21}{5}$. Чтобы определить, сколько яблок порезать маме, составим пропорцию: из 6 яблок остаётся $\frac{21}{5}$, тогда чтобы на 7 пирогов осталось $7*6=42$ яблока, нужно порезать $\frac{6*42}{\frac{21}{5}} = \frac{30*42}{21} = 60$ яблок.

Задача 3. (7 баллов) Фигура на рисунке 2 состоит из одинаковых прямоугольников периметра 18. Чему равен периметр получившейся фигуры?

Ответ: 54.

Решение: Если обозначить маленькую сторону за x , а большую за y , то периметр прямоугольника $2 * (y + x)$. Последовательно посчитаем периметр фигуры на рисунке, начиная с левого нижнего угла, получим

$y - x + y + x + y + 3 * x + y - x + y + x + y + 3 * x = 6 * y + 6 * x = 6 * (y + x)$, что даст 3 периметра прямоугольника, то есть $18 * 3 = 54$.

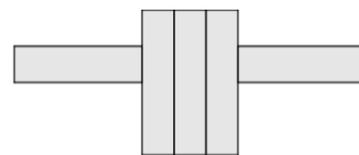


Рисунок 2

Задача 4. (8 баллов) В школе Шармбатон ученики 2 класса выбирали новые предметы на учебный год. Всего было три новых предмета: рунопись, трансфигурация и гастрономия. 6 человек записались на рунопись, 9 на трансфигурацию и 10 на гастрономию, при этом каждый выбрал по два предмета, а Флёр записалась на все. Сколько учеников в классе?

Ответ: 12 человек.

Решение: Если сложить все записи на предметы, $6+9+10=25$, то в этом числе каждый ученик будет учитываться дважды, а Флёр трижды. Если убрать три записи Флёр, то получим 22 - удвоенное количество тех, кто записался на два предмета. Тогда таких ребят 11 плюс Флёр, итого 12 человек.

Задача 5. (9 баллов) Папа попросил Алёшу измерить площадь Алёшиного стола и дал ему сантиметровую рулетку. Кто-то отломал конец рулетки, теперь она начинается ровно с отметки 2 см. Алёша не заметил этого и померил площадь, считая рулетку обычной, у него получилось 1189 см^2 . Какова площадь стола на самом деле, если одна сторона больше другой на 12 см?

Ответ: 1053 см^2

Решение: Возьмём за x правильную длину меньшей стороны стола, тогда у Алёши получились измерения $(x + 2)$ см и $(x + 12 + 2)$ см, из чего выходит уравнение $(x + 2) * (x + 14) = 1189$, которое преобразуется к квадратному уравнению $x^2 + 16 * x - 1161 = 0$. Находим корни $\frac{-16 \pm \sqrt{256 + 4644}}{2} = \frac{-16 \pm 70}{2}$, откуда получим корни -42 (что не подходит по условию, так как длина не может быть отрицательной) и 27. Значит, меньшая сторона стола - 27 см, а большая - 39 см, откуда площадь будет $27*39=1053 \text{ см}^2$.

Задача 6. (11 баллов) Папа поставил на палке несколько зарубок и между каждыми двумя соседними зарубками вбил по два гвоздя. Потом между каждыми двумя гвоздями он вбил ещё по три гвоздя. Сколько было на палке зарубок, если в палку вбито 53 гвоздя?

Ответ: 8.

Решение: Пусть на палке x зарубок, тогда между двумя соседними зарубками окажется $x-1$ отрезков, в каждом из которых папа вбил по два гвоздя, это даст $2 \cdot (x-1)$ гвоздей. Между этим количеством гвоздей окажется $2 \cdot (x-1)-1$ отрезков, в каждом из которых будет ещё по три гвоздя, то есть $3 \cdot (2 \cdot (x-1)-1)$ гвоздей. Итого будет вбито $2 \cdot (x-1) + 3 \cdot (2 \cdot (x-1)-1) = 2 \cdot x - 2 + 3 \cdot (2 \cdot x - 3) = 8 \cdot x - 11$. По условию это 53 гвоздя, отсюда $8 \cdot x - 11 = 53$, тогда $8 \cdot x = 64$, а $x = 8$.

Задача 7. (11 баллов) Три деревни, Александровка, Михайловка и Иваново, ведут между собой торговлю. Александровка поставляет на рынок 9 коробок, Михайловка - 10, а Иваново - 7. В течение дня каждая деревня обменивала все свои коробки с двумя другими. В конце дня Александровка получила 11 коробок, Михайловка - 7, а Иваново - 8. Сколько коробок участвовало в обмене между Александровкой и Михайловкой?

Ответ: 11.

Решение: Пусть Александровка поставила в Михайловку x коробок, тогда оставшиеся $9-x$ коробок Александровка поставила в Иваново. Михайловка получила x коробок из Александровки, тогда остальные $7-x$ они получили из Иваново. Тогда получается, что Иваново отдала $7-x$ коробок в Михайловку из своих 7, для Александровки тогда осталось $7-7+x = x$ коробок. Александровка получила x коробок от Иваново, тогда оставшиеся коробки она получила из Михайловки, их будет $11-x$ коробок. Получаем, что Александровка отправила в Михайловку x коробок и получила $11-x$, то есть всего в обмене участвовало $x + 11 - x = 11$ коробок.

Задача 8. (13 баллов) На рисунке 3 изображены ячейки, цифра внутри каждой ячейки показывает, сколько из соседних с ней ячеек должны быть раскрашены (соседняя ячейка - та, которая имеет с данной общую сторону). Сколько всего ячеек должно быть раскрашено?

Ответ: 12.

Решение: Необходимо начинать с закрашивания ячеек, соседних с крайними двойками и тройками, у которых столько соседей, какова цифра внутри ячейки, а потом постепенно обрабатывать остальные ячейки, отмечая те, которые точно закрашены, и те, что точно не закрашены. В итоге получим рисунок, где закрашены 12 ячеек.

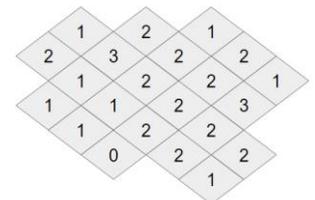
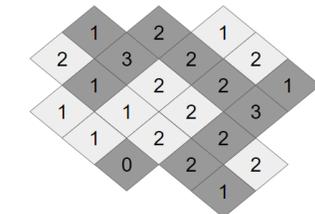


Рисунок 3



Задача 9. (14 баллов) На собрание пришли несколько девочек и мальчиков.

Ведущий попросил сесть каждого, кто видит больше 5 девочек и больше 5 мальчиков, не включая себя. Сели 11 человек. Сколько ребят находится на собрании?

Ответ: 17 человек.

Решение: Поскольку 11 человек сели, то в помещении точно есть 6 девочек и 6 мальчиков. Если и тех, и тех будет по 7, то тогда сядут все 14 человек, что не удовлетворяет условию. Значит, кого-то будет ровно 6. Допустим, девочек. Тогда каждая из девочек останется стоять, поскольку будет видеть лишь 5 других девочек, а все сидящие окажутся мальчиками, то есть их 11. Итого 11 мальчиков и 6 девочек дадут 17 человек.

Задача 10. (15 баллов) Ровно в полночь у старых часов с кукушкой минутная стрелка зацепилась за часовую и некоторое время протащила её за собой, после чего стрелки расцепились и продолжили двигаться со своей обычной скоростью. Рядом стояли электронные часы, они показали 0:05 в момент расцепления стрелок. Каков будет угол между часовой и минутной стрелками в полдень по электронным часам (угол должен быть от 0 до 180°)?

Ответ: 27,5°.

Решение: Если в 0:05 часы повернуть на 30 градусов против часовой стрелки, то они будут идти как обычные, но будут отставать на 5 минут. Тогда в полдень угол между их стрелками окажется таким же, как в 11:55 на обычных часах, а это $30 - \frac{1}{12} \cdot 30 = 27,5$ градусов.