

Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat



Задача 1. (5 баллов) В ребусе на рисунке 1 разные буквы обозначают разные цифры. Чему равно четырехзначное число ABCD?

Ответ: 1840.

Решение: Можем переписать равенство в виде $11 \cdot ABC + D = 2024$. 2024 делится на 11, так как первое слагаемое делится на 11, тогда D тоже должно делиться на 11, то есть $D=0$, а $ABC = 2024:11 = 184$.

$$\begin{array}{r} + \text{ ABCD} \\ \text{ ABC} \\ \hline 2024 \end{array}$$

Рисунок 1

Задача 2. (7 баллов) Мама готовит яблочные пироги для бабушкиного юбилея, а дочка Алиса ей помогает. На один пирог маме нужно порезать 8 яблок, но от каждого яблока Алиса съедает $\frac{1}{6}$, а от каждого второго яблока кошка Клякса утаскивает $\frac{1}{5}$ остатка. Сколько яблок потребуется порезать маме на 3 пирога?

Ответ: 32 яблока.

Решение: из каждых двух яблок Алиса съедает $\frac{2}{6}$, а Клякса съедает один раз $\frac{1}{5}$ от яблок, оставшихся после Алисы, то есть $\frac{1}{5} * \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$. Тогда от 2 яблок останется $2 - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$. Чтобы определить, сколько яблок порезать маме, составим пропорцию: из 2 яблок остаётся $\frac{3}{2}$, тогда чтобы осталось 24 яблока, нужно порезать $\frac{24 * 2}{\frac{3}{2}} = \frac{48 * 2}{3} = 32$ яблока.

Задача 3. (7 баллов) Фигура на рисунке 2 состоит из одинаковых прямоугольников периметра 16. Чему равен периметр получившейся фигуры?

Ответ: 48.

Решение: Если обозначить маленькую сторону за x , а большую за y , то периметр прямоугольника $2 * (y + x)$. Последовательно посчитаем периметр фигуры на рисунке, начиная с левого нижнего угла, получим

$y - x + y + x + y + 3 * x + y - x + y + x + y + 3 * x = 6 * y + 6 * x = 6 * (y + x)$, что даст 3 периметра прямоугольника, то есть $16 * 3 = 48$.

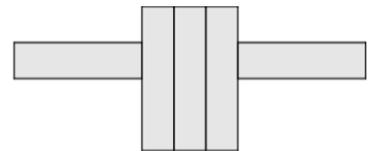


Рисунок 2

Задача 4. (8 баллов) В Хогвартсе ученики 2 класса выбирали новые предметы на учебный год. Всего было три новых предмета: нумерология, предсказания и магловедение. 9 человек записались на нумерологию, 10 на предсказания и 8 на магловедение, при этом каждый выбрал по два предмета, а Гермиона записалась на все. Сколько учеников в классе?

Ответ: 13 человек.

Решение: Если сложить все записи на предметы, $8+9+10=27$, то в этом числе каждый ученик будет учитываться дважды, а Гермиона трижды. Если убрать три записи Гермионы, то получим 24 - удвоенное количество тех, кто записался на два предмета. Тогда таких ребят 12 плюс Гермиона, итого 13 человек.

Задача 5. (9 баллов) Папа попросил Серёжу измерить площадь Серёжиного стола и дал ему сантиметровую рулетку. Кто-то отломал конец рулетки, теперь она начинается ровно с отметки 2 см. Серёжа не заметил этого и померил площадь, считая рулетку обычной. У него получилось 1408 см^2 . Какова площадь стола на самом деле, если одна сторона стола больше другой на 12 см?

Ответ: 1260 см^2

Решение: Возьмём за x правильную длину меньшей стороны стола, тогда у Серёжи получились измерения $(x + 2)$ см и $(x + 12 + 2)$ см, из чего выходит уравнение $(x + 2) * (x + 14) = 1408$, которое преобразуется к квадратному уравнению $x^2 + 16 * x - 1380 = 0$. Находим корни $\frac{-16 \pm \sqrt{256 + 5520}}{2} = \frac{-16 \pm 76}{2}$, откуда получим корни -46 (не подходит, длина не может быть отрицательной) и 30. Значит, меньшая сторона стола - 30 см, а большая - 42 см, т.е. площадь будет $30 * 42 = 1260 \text{ см}^2$.

Задача 6. (11 баллов) Папа поставил на палке несколько зарубок и между каждыми двумя соседними зарубками вбил по два гвоздя. Потом между каждыми двумя гвоздями он вбил ещё по четыре гвоздя. Сколько было на палке зарубок, если в палку вбито 66 гвоздей?

Ответ: 8.

Решение: Пусть на палке x зарубок, тогда между двумя соседними зарубками окажется $x-1$ отрезков, в каждом из которых папа вбил по два гвоздя, это даст $2*(x-1)$ гвоздей. Между этим количеством гвоздей окажется $2*(x-1)-1$ отрезков, в каждом из которых будет ещё по четыре гвоздя, то есть $4*(2*(x-1)-1)$ гвоздей. Итого будет вбито $2*(x-1)+4*(2*(x-1)-1)=2*x-2+4*(2*x-3)=10*x-14$. По условию это 66 гвоздей, отсюда $10*x-14=66$, тогда $10*x=80$, а $x=8$.

Задача 7. (11 баллов) Три деревни, Антоновка, Богатырёво и Каменка, ведут между собой меновую торговлю. Антоновка поставяет на рынок 11 коробок, Богатырёво - 6, а Каменка - 8. В течение дня каждая деревня обменяла все свои коробки с двумя другими. В конце дня Антоновка получила 7 коробок, а Богатырёво и Каменка - по 9. Сколько коробок участвовало в обмене между Антоновкой и Богатырёво?

Ответ: 8.

Решение: Пусть Антоновка поставила в Богатырёво x коробок, тогда оставшиеся $11-x$ коробок Антоновка поставила в Каменку. Богатырёво получило x коробок из Антоновки, тогда остальные $9-x$ они получили из Каменки. Тогда получается, что Каменка отдала $9-x$ коробок в Богатырёво из своих 8, для Антоновки тогда осталось $8-9+x=x-1$ коробок. Антоновка получила $x-1$ коробку от Каменки, тогда оставшиеся коробки она получила из Богатырёво, их будет $7-(x-1)=8-x$ коробок. Получаем, что Антоновка отправила в Богатырёво x коробок и получила $8-x$, то есть всего в обмене участвовало $x+8-x=8$ коробок.

Задача 8. (13 баллов) На рисунке 3 изображены ячейки, цифра внутри каждой ячейки показывает, сколько из соседних с ней ячеек должны быть раскрашены (соседняя ячейка - имеющая с данной общую сторону). Сколько всего ячеек должно быть раскрашено?

Ответ: 13.

Решение: Необходимо начинать с закрашивания ячеек, соседних с крайними двойками и тройками, у которых столько соседей, какова цифра внутри ячейки, а потом постепенно обрабатывать остальные ячейки, отмечая те, которые точно закрашены, и те, что точно не закрашены. В итоге получим рисунок, где закрашены 13 ячеек.

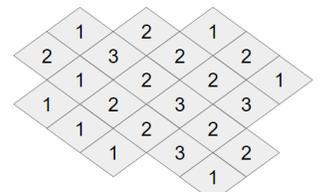
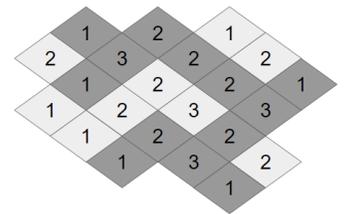


Рисунок 3



Задача 9. (14 баллов) В классе собрались несколько девочек и мальчиков. Учитель попросил сесть каждого, кто видит больше четырех девочек и больше четырех мальчиков, не включая себя. Сели 10 человек. Сколько ребят находится в классе?

Ответ: 15 человек.

Решение: Поскольку 10 человек сели, то в классе точно есть 5 девочек и 5 мальчиков. Если и тех, и тех будет по 6, то тогда сядут все 12 человек, что не удовлетворяет условию. Значит, кого-то будет ровно 5. Допустим, девочек. Тогда каждая из девочек останется стоять, поскольку будет видеть лишь 4 других девочек, а все сидящие окажутся мальчиками, то есть их 10. Итого 10 мальчиков и 5 девочек дадут 15 человек.

Задача 10. (15 баллов) Ровно в полночь у старых часов с кукушкой минутная стрелка зацепилась за часовую и некоторое время протаскала её за собой, после чего стрелки расцепились и продолжили двигаться со своей обычной скоростью. Рядом стояли электронные часы, они показали 0:15 в момент расцепления стрелок. Каков будет угол между часовой и минутной стрелками в полдень по электронным часам (угол должен быть от 0 до 180°)?

Ответ: 82,5°.

Решение: Если в 0:15 часы повернуть на 90 градусов против часовой стрелки, то они будут идти как обычные, но будут отставать на 15 минут. Тогда в полдень угол между их стрелками окажется таким же, как в 11:45 на обычных часах, а это $30+30+0,75\cdot30 = 82,5$ градуса.