

Задачи «зелёного» уровня сложности MathCat



Задача 1. (5 баллов) Лепрекон живёт в 10 км от работы. Налегке он добирается из дома до работы за 10 минут. Через каждый километр на его пути лежит по слитку золота (всего девять слитков: № 1, № 2, ..., № 9). Если он подбирает слиток, то его скорость падает в 2 раза. За какое время (в минутах) лепрекон доберётся до работы, если по пути подберёт слитки № 1, № 3 и № 7?

Задача 2. (5 баллов) Учитель задумал двузначное число, которое делится на 3 и 7. Затем он сообщил Пете и Васе по одной цифре этого числа. Петя сказал: «Я не знаю, какая цифра у Васи». Вася ответил: «Я не знаю твою цифру, но теперь знаю, какое число было задумано». Какое число задумал учитель?

Задача 3. (7 баллов) Все ученики школы приняли участие в Математическом флешмобе MathCat. Среднее количество баллов, набранных мальчиками, оказалось равно 22, девочками – 47, а среднее число баллов во всей школе – 41. Какова доля (в процентах) девочек в этой школе?

Задача 4. (9 баллов) Пролетая над Зачарованным лесом, Дятел превращает бегонию в жасмин или пион в колокольчик. А Тукан, пролетая над лесом, превращает бегонию в пион или жасмин в колокольчик. За день Дятел пролетел 20 раз, а Тукан – 23 раза. В итоге количество жасминов увеличилось на 5. Как изменилось количество пионов? (Пролетая над лесом, птица совершает одно из двух превращений.)

Задача 5. (10 баллов) Для целых чисел a , b и c верно равенство $a + 2b = 3b + 4c = 5c + 6a$. Найдите наименьшее положительное значение суммы $a + b + c$.

Задача 6. (10 баллов) На рисунке 1 большой прямоугольник площади 2024 кв. ед. разделён прямыми линиями на 16 меньших прямоугольников (пропорции на рисунке могут отличаться от настоящих). Площадь серого прямоугольника равна 804 кв. ед. Найдите площадь нарисованного восьмиугольника в кв. ед.

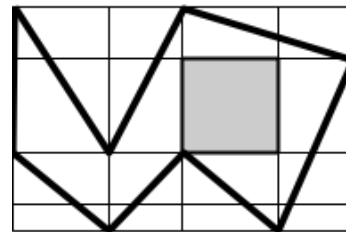


Рисунок 1

Задача 7. (12 баллов) Никита задумал четырёхзначное число и умножил его на 9. Он с удивлением обнаружил, что сумма цифр полученного произведения равна 9. Но после он забыл задуманное число, но смог вспомнить некоторые его цифры – $3^{**}7$. Какое число мог задумать Никита?

Задача 8. (13 баллов) В остроугольном треугольнике ABC угол A равен 35° , отрезки BB_1 и CC_1 – высоты, точки B_2 и C_2 – середины сторон AC и AB соответственно. Прямые B_1C_2 и C_1B_2 пересекаются в точке K . Найдите величину (в градусах) угла B_1KB_2 .

Задача 9. (14 баллов) Клетки некоторой клетчатой фигуры на плоскости раскрашены в красный, желтый и зеленый цвета так, что любые две клетки, имеющие общую сторону, покрашены в разные цвета. Коля разрезал фигуру на доминошки (прямоугольники 1×2) и сосчитал количество красно-зелёных доминошек (у которых одна клетка красная, а другая зелёная) – 24 штуки. Костя разрезал фигуру на доминошки другим способом и сосчитал количество желто-зелёных и желто-красных доминошек – всего 20 штук. Из скольких клеток может состоять фигура?

Задача 10. (15 баллов) У натуральных чисел n и $n+1$ выбрали по собственному делителю. Сумма этих двух собственных делителей оказалась равна 222. При каком наименьшем n такое могло быть? (Собственный делитель числа – натуральный делитель числа, отличный от 1 и самого числа.)