

## Задачи «жёлтого» уровня сложности MathCat



**Задача 1.** (5 баллов) Фигурой, показанной на рисунке, оклеили параллелепипед  $1 \times 1 \times 2$ . Буквами Н, Ф, З, В, Л и П отмечаются части, наклеиваемые на нижнюю грань, переднюю, заднюю, верхнюю, левую и правую. Отметьте буквами остальные четыре части. Ответ в бланке запишите в формате 1: \_\_, 2: \_\_, 3: \_\_, 4: \_\_. (См. рис. 1)

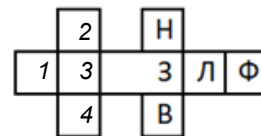


Рисунок 1

**Задача 2.** (7 баллов) В ряд выписаны 10 цифр: 1 1 1 1 2 2 2 3 3 4. Между ними надо поставить 8 знаков сложения и один знак умножения и посчитать результат. Сколько различных результатов можно получить таким образом?

**Задача 3.** (7 баллов) На каждой грани куба написано натуральное число. На трех гранях, имеющих общую вершину, написаны числа 12, 14 и 17. На остальных трёх гранях написаны простые числа. Кроме того, суммы чисел на противоположных гранях равны. Чему равна сумма всех чисел на кубе?

**Задача 4.** (8 баллов) По кругу стоят 15 человек разного роста, каждый из которых рыцарь или лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Всех спросили «твой рост больше роста каждого из соседей?» и получили 6 ответов «да». Затем всех спросили «твой рост меньше роста каждого из соседей?» и получили также 6 ответов «да». Наконец, всех спросили «твой рост больше одного соседа и меньше роста другого соседа?» и снова получили 6 ответов «да». Сколько среди этих человек рыцарей?

**Задача 5.** (9 баллов) Сколько существует 20-значных чисел, в записи которых 16 цифр «0», одна цифра «2» и три рядом стоящие цифры «1»?

**Задача 6.** (10 баллов) На гипотенузе АВ прямоугольного треугольника ABC отметили точку D, а на катете BC — точку E. Чему может быть равен угол EDC, если  $\angle B = 37^\circ$ ,  $\angle BCD = 16^\circ$  и  $\angle BAE = 8^\circ$ ?

**Задача 7.** (12 баллов) Тридцать девять богатырей стали в ряд. Каждый четный по счёту богатырь (то есть второй, четвертый, шестой и так далее) оказался на 5 см ниже предыдущего и на 3 см ниже последующего. Например, 8-й богатырь на 5 см ниже 7-го и на 3 см ниже 9-го богатыря. На каком месте стоит средний по высоте богатырь (то есть тот, который выше 19 богатырей и ниже 19 богатырей)?

**Задача 8.** (13 баллов) Положительную обыкновенную дробь назовём великаном, если её числитель на 1 меньше знаменателя. Какая наибольшая целая сумма может быть у 7 различных великанов?

**Задача 9.** (14 баллов) Клетчатый уголок — фигура, которая получается из клетчатого прямоугольника удалением прямоугольника, длины и ширина которого меньше на 1. Пример уголка показан на рисунке справа — он получен из  $3 \times 5$  удалением  $2 \times 4$ . Два уголка одинаковые, если их можно совместить, поворачивая или переворачивая. На какое количество уголков, среди которых нет равных, можно разрезать прямоугольник  $5 \times 8$ ? Найдите все возможные значения. Пример уголка показан на рисунке 2 справа.

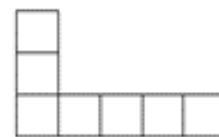


Рисунок 2

**Задача 10.** (15 баллов) В ряд стоят, чередуясь, 50 чисел X и 50 чисел Y, X не равно Y. Сумма любых 5 подряд идущих чисел не более 153. Сумма любых 7 подряд идущих чисел не менее 213. Чему равна сумма всех 100 чисел? Найдите все возможные значения.