

Задачи «жёлтого» уровня сложности MathCat



Задача 1. (5 баллов) Фигурой, показанной на рисунке, оклеили параллелепипед $1 \times 1 \times 2$. Буквами Н, Ф, З, В, Л и П отмечаются части, наклеиваемые на нижнюю грань, переднюю, заднюю, верхнюю, левую и правую. Отметьте буквами остальные четыре части. Ответ в бланке запишите в формате 1: __, 2: __, 3: __, 4: __. (См. рис. 1)

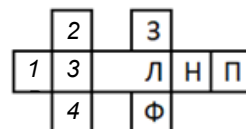


Рисунок 1

Задача 2. (7 баллов) В ряд выписаны 8 цифр: 1 1 2 2 3 3 4 4.

Между ними надо поставить 6 знаков сложения и один знак умножения и посчитать результат. Сколько различных результатов можно получить таким образом?

Задача 3. (7 баллов) На каждой грани куба написано натуральное число. На трех гранях, имеющих общую вершину, написаны числа 9, 11 и 14. На остальных трёх гранях написаны простые числа. Кроме того, суммы чисел на противоположных гранях равны. Чему равна сумма всех чисел на кубе?

Задача 4. (8 баллов) По кругу стоят 20 человек разного роста, каждый из которых рыцарь или лжец. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут. Всех спросили «твой рост больше роста каждого из соседей?» и получили 8 ответов «да». Затем всех спросили «твой рост меньше роста каждого из соседей?» и получили также 8 ответов «да». Наконец, всех спросили «твой рост больше одного соседа и меньше роста другого соседа?» и снова получили 8 ответов «да». Сколько среди этих человек лжецов?

Задача 5. (9 баллов) Сколько существует 20-значных чисел, в записи которых 17 цифр «0», одна цифра «2» и две рядом стоящие цифры «1»?

Задача 6. (10 баллов) На гипотенузе АВ прямоугольного треугольника ABC отметили точку D, а на катете BC — точку E. Чему может быть равен угол EDC, если $\angle B = 33^\circ$, $\angle BCD = 24^\circ$ и $\angle BAE = 12^\circ$?

Задача 7. (12 баллов) Тридцать три богатыря стали в ряд. Каждый четный по счёту богатырь (то есть второй, четвертый, шестой и так далее) оказался на 5 см ниже предыдущего и на 3 см ниже следующего. Например, 8-й богатырь на 5 см ниже 7-го и на 3 см ниже 9-го богатыря. На каком месте стоит средний по высоте богатырь (то есть тот, который выше 16 богатырей и ниже 16 богатырей)?

Задача 8. (13 баллов) Положительную обыкновенную дробь назовём великаном, если её числитель на 1 меньше знаменателя. Какая наибольшая целая сумма может быть у 5 различных великанов?

Задача 9. (14 баллов) Клетчатый уголок — фигура, которая получается из клетчатого прямоугольника удалением прямоугольника, длина и ширина которого меньше на 1. Пример уголка показан на рисунке справа — он получен из 3×5 удалением 2×4 . Два уголка одинаковые, если их можно совместить, поворачивая или переворачивая. На какое количество уголков, среди которых нет одинаковых, можно разрезать прямоугольник 5×9 ? Найдите все возможные значения. Пример уголка показан на рисунке 2 справа.

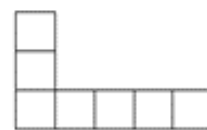


Рисунок 2

Задача 10. (15 баллов) В ряд стоят, чередуясь, 50 чисел X и 50 чисел Y, X не равно Y. Сумма любых 5 подряд идущих чисел не более 143. Сумма любых 7 подряд идущих чисел не менее 199. Чему равна сумма всех 100 чисел? Найдите все возможные значения.