



## Задачи «красного» уровня сложности MathCat.ONLINE

**1. (5 баллов)** Задача из повести “Витя Малеев в школе и дома” Н.Н. Носова. “В магазине было 8 пил, а топоров в три раза больше. Одной бригаде плотников продали половину топоров и три пилы за 84 рубля. Оставшиеся топоры и пилы продали другой бригаде плотников за 100 рублей. Сколько стоит один топор и одна пила?”

**2. (5 баллов)** Числа  $a, b, c, d$  удовлетворяют системе уравнений:

$$a + b + c = 1$$

$$a + b + d = 3$$

$$a + c + d = 5$$

$$b + c + d = 6$$

Чему равна сумма наибольшего и наименьшего из этих чисел?

**3. (8 баллов)** В прямоугольнике  $ABCD$  сторона  $BC$  в два раза больше стороны  $AB$ . На продолжении стороны  $BC$  за точку  $C$  выбрана точка  $E$  так, что угол  $CED$  равен  $30^\circ$ .  $F$  - середина стороны  $BC$ . Найдите величину угла  $FAE$ .

**4. (8 баллов)** В закрытом ящике лежат 100 носков пяти разных цветов. Известно, что если вытащить из ящика наугад любые 90 носков, то среди них обязательно найдутся носки всех цветов. Какое число носков нужно вытащить из ящика, чтобы среди вытащенных гарантированно нашлись носки хотя бы двух разных цветов?

**5. (9 баллов)** Решите числовой ребус  $4 * \text{ЕЛЬНИК} = 3 * \text{НИКЕЛЬ}$  (различными буквами обозначены различные цифры). В ответе впишите число ЕЛЬНИК.

**6. (11 баллов)** Имеются две банки емкостью 1 и 3 л. Из содержимого этих банок можно приготовить 0.5 л смеси, содержащей 30% яблочного сока, и 3.5 л смеси, в которой содержание сока равно 90%. Каково процентное содержание сока в каждой из банок?

**7. (12 баллов)**  $E$  - произвольная точка на окружности, вписанной в квадрат  $ABCD$  со стороной 2. Найдите сумму квадратов расстояний от  $E$  до всех вершин квадрата.

**8. (12 баллов)** Стендап-комик собирается выступать в течение 20 лет. Для этого ему каждый год нужно рассказывать по 3 шутки. Чтобы его не освистали, в течение любых двух лет подряд шутки не должны повторяться, и каждый год должна быть рассказана хотя бы одна шутка, которая не встречалась в предыдущие четыре года выступлений. Каким наименьшим числом шуток сможет обойтись комик?

**9. (14 баллов)** У вас есть три положительных числа  $X > Y > Z$ , причем  $X/Y > 2$ . За один ход вы можете уменьшить величину  $X$  на удвоенную величину  $Y$ , а остальные два числа оставить без изменений. Если при этом окажется, что наибольшее из получившихся чисел более чем вдвое больше среднего из них, вы можете сделать аналогичный

следующий ход: уменьшить наибольшее на удвоенную величину среднего. Так вы повторяете до тех пор, пока либо отношение наибольшего к среднему окажется не более 2, либо одно из чисел обнулится.

Какое наибольшее число ходов может длиться такой процесс?

**10. (16 баллов)** Семья рыбаков - отец и сын - хочет переправить боевую группу на Тайный остров. У них есть одна двухместная лодка. Вначале дорогу до Тайного острова знает только рыбак-отец. Но дорога лежит мимо Сторожевой башни, и каждый может пройти мимо неё не более 6 раз (иначе поднимется тревога). Все остальные могут стать проводниками, запомнив дорогу на остров. Рыбаку-сыну для этого достаточно проплыть на остров всего один раз, а бойцам для запоминания нужно проплыть туда и обратно. В конце рыбаки должны быть дома, а все бойцы – на острове. Для какого наибольшего числа бойцов удастся организовать переправу? (Доказывать максимальность не нужно, приведите число бойцов, которое вы смогли переправить с соблюдением всех правил.)