



## Задачи «красного» уровня сложности

1. **(5 баллов)** Профессор П. диктовал студентам свой мобильный телефон из 10 цифр. Приятели Вася и Коля не успели записать некоторые цифры. У Васи получилось «8248312», а у Коли — «38128432». Восстановите номер телефона профессора, если известно, что каждая цифра повторяется в его номере не более двух раз. (Найдите все варианты)
2. **(6 баллов)** Разбойники засыпали сундук доверху золотым и серебряным песком, причём золотого песка насыпали в 2 раза больше по объёму, чем серебряного. Али-Баба посчитал, что если высыпать половину серебряного песка и досыпать сундук доверху золотым песком, стоимость сундука вырастет на 20%. На сколько процентов уменьшится стоимость сундука, если высыпать половину золотого песка и досыпать сундук доверху серебряным песком?
3. **(8 баллов)** Два брата каждый день покупают себе по пирожному или мороженому, причём младший брат всегда берёт то, что старший брал неделю назад, а старший никогда не берёт то, что младший брал неделю назад. Какое наибольшее количество мороженных мог купить старший брат за ноябрь?
4. **(8 баллов)** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  втрое больше угла  $A$ , а сторона  $AB$  вдвое больше стороны  $BC$ . Найдите угол  $B$ .
5. **(10 баллов)** В офисе на двух этажах работает (в сумме) 150 людей. Когда каждый мужчина в офисе написал сообщение сотруднице с другого этажа, оказалось, что тридцать сотрудниц в офисе не получили сообщения, а остальные получили по одному. При этом на первом этаже получившие сообщение составляют ровно половину от общего числа работников на этаже, а на втором —  $2/7$  от числа работников на этаже. Сколько мужчин работает на втором этаже?
6. **(10 баллов)** Известно, что  $x + y + z = 0$ . Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди чисел  
$$\sin(x), \sin(y), \sin(z), \cos(x), \cos(y), \cos(z) ?$$
7. **(12 баллов)** Петя загадал четыре натуральных числа, потом посчитал произведение первого, второго и четвёртого, произведение первого третьего и четвёртого, произведение второго, третьего и четвёртого и, наконец, сумму первого, второго и третьего. После этого он написал на доске полученные результаты по возрастанию: 24, 27, 120, 160. Восстановите по этим результатам загаданные Петей числа в правильном порядке.
8. **(12 баллов)** Путь Васи из точки  $A$  в точку  $B$  — двухзвенная ломаная  $ACB$ , причём, двигаясь по ней, он всё время удаляется от точки  $A$  и приближается к точке  $B$ . Известно, что любая двухзвенная ломаная большей длины между точками  $A$  и  $B$  не даст того же эффекта. Найдите угол  $ACB$ .
9. **(14 баллов)** Есть 19 монет — 18 одинаковых настоящих и одна фальшивая, которая чуть легче. Есть два аппарата «двухчашечные весы», каждый из них показывает, на какой чаше вес больше, но при этом ломается, если равновесие нарушено. Нумизмат разработал алгоритм, позволяющий за три взвешивания гарантированно найти фальшивую монету, пусть и ценой поломки весов. Сколько монет он должен положить первым действием своего алгоритма?
10. **(15 баллов)** В каждую клетку доски  $100 \times 100$  записано натуральное число, все числа различны. Шахматный король хочет пройти по нескольким клеткам доски (стартовую точку он выбирает сам) так, чтобы в каждой следующей клетке число было больше предыдущего. Какое наибольшее количество клеток он гарантированно может посетить (независимо от расстановки чисел)?