

## MathCat «красный»

- 1. (5 баллов)** 45 конфет стоят столько же рублей, сколько их можно купить на 20 рублей. Сколько конфет можно купить на 36 рублей?
- 2. (5 баллов)** В тесте к каждому вопросу указано 5 вариантов ответа. Отличник отвечает на все вопросы правильно. Когда двоечнику удастся списать у отличника, он отвечает правильно, а в противном случае – наугад (то есть среди несписанных вопросов он правильно отвечает на  $1/5$  часть). За год двоечник правильно ответил на половину вопросов. Какую долю ответов ему удалось списать?
- 3. (10 баллов)**  $AN$  и  $CL$  – высоты равнобедренного ( $AB = BC$ ) треугольника  $ABC$ , причем  $AC = 2HL$ . Какую наибольшую величину (в градусах) может иметь угол  $B$ ?
- 4. (10 баллов)** В однокруговом шахматном турнире Петя набрал в 10 раз больше очков, чем Вася. При каком наименьшем количестве участников турнира такое могло быть? (Победа в партии – 1 очко, ничья –  $1/2$  очка, поражение – 0 очков)
- 5. (10 баллов)** Натуральные числа  $x$ ,  $y$ ,  $z$  увеличили на 1, 2 и 6 соответственно. На какую наибольшую величину могла измениться сумма  $1/x + 1/y + 1/z$ ?
- 6. (10 баллов)** Эллипс  $(x-5)^2/100+(y-4)^2/49 = 1$  ограничивает в первой, второй, третьей и четвертой четвертях координатной плоскости фигуры площадью  $S_1, S_2, S_3, S_4$  соответственно. Найдите  $S_1 - S_2 + S_3 - S_4$ .
- 7. (10 баллов)** Натуральное число разделили на сумму его цифр, результат на сумму его цифр, новый результат – на сумму его цифр. В итоге получилось число 2. Каким могло быть исходное число? (Укажите все варианты и обоснуйте полноту ответа)
- 8. (12 баллов)** Чему равен наибольший простой делитель числа  $191 \times 197 \times 197 + 32$ ?
- 9. (13 баллов)** Три стороны и одна высота треугольника – четыре последовательных натуральных числа. Найдите наименьшее возможное значение площади этого треугольника.
- 10. (15 баллов)** Чему равна сумма всевозможных произведений четного количества дробей  $1/2, 1/3, \dots, 1/100$ ? Ответ дайте в виде десятичной дроби.