



Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat.ONLINE

1. (6 баллов) Пассажиры рейса Москва-Екатеринбург сдали в багаж 165 чемоданов. Грузчик раскладывает чемоданы по вагончикам, чтобы довезти их до самолёта. У него получилось 9 полных вагончиков, а 3 оставшихся чемодана он загрузил в десятый вагончик. Сколько чемоданов влезает в один вагончик, если они вмещают одинаковое количество чемоданов?

Ответ: 18.

Решение: Всего $165-3=162$ чемодана составили 9 полных вагончиков. Тогда $162/9=18$ чемоданов в каждом вагончике.

2. (6 баллов) Аня, Юля, Света и Катя соревновались в беге. Когда после финиша у девочек спросили, какое они заняли место, то Аня сказала, что она прибежала третьей, Катя сказала, что она не первая и не последняя, а Света сказала, что она прибежала перед Катей. Какой прибежала Юля?

Ответ: Четвёртой (последней).

Решение: Если Аня прибежала третьей, а Катя не первая и не четвёртая (последняя), значит, Катя прибежала второй. Тогда Света прибежала перед Катей, то есть она первая. Следовательно, Юля четвёртая.

3. (8 баллов) Антон получил на Новый год 36 подарков. Из них половину он съел за первую неделю, 7 подарков он разделил между своими друзьями, 2 сгрыз его пёс, а 4 мама убрала в шкаф. Какой процент подарков остался не съеден?

Ответ: 25%.

Решение: Из 36 подарков по условию Антон с друзьями и собакой съели $18+7+2=27$. Тогда осталось нетронутыми (убранными в шкаф или нет) $36-27=9$. В процентах это будет $9/36*100=25$ процентов.

4. (8 баллов) Саша выкинул четыре игральные кости. На вопрос, сколько очков у него выпало, Саша ответил: «У меня получилось двузначное число, сумма различных делителей которого на 1 больше этого числа» (единица и само число не включаются). Сколько очков выкинул Саша?

Ответ: 20.

Решение: У Саши при броске четырёх игральных кубиков могло получиться число от 4 до 24. Среди двузначных чисел от 10 до 24 составными будут 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24. Методом перебора получаем, что только сумма делителей числа 20 равна $2+10+4+5=21$, то есть ответом будет число 20.

5. (8 баллов) В плавательной секции на тренировке занималось пятеро ребят. Они по очереди плавали на двух дорожках бассейна (не больше, чем один пловец на одной дорожке). Каждый ребёнок плавал ровно по 60 минут, в каждый момент времени обе дорожки были заняты. Сколько минут длилась тренировка?

Ответ: 150 минут.

Решение: Если каждый ребёнок плавал по 60 минут, то все вместе они наплавали $60 \cdot 5 = 300$ минут, но поскольку в каждый момент времени плавали два ребёнка, то время тренировки $300/2 = 150$ минут.

6. (10 баллов) В одном месяце три субботы попали на чётные числа. Каким днём недели было 17-е число этого месяца?

Ответ: воскресенье.

Решение: Если первая суббота попадает на чётное число, допустим, x , то следующая будет $x+7$ – нечётной, то есть чётные субботы – это x , $x+14$ и $x+28$. $x+28 \leq 31$, потому что в одном месяце максимум 31 день, тогда $x \leq 3$, этому неравенству удовлетворяет только одно чётное натуральное число - 2. Тогда субботы были 2, 16 и 30 числами месяца, а 17-е число этого месяца было воскресеньем.

7. (12 баллов) Алёша вписал в каждую клеточку квадрата разные числа так, чтобы произведение в каждой строке, каждом столбце и на диагоналях было одинаковым, а потом стёр часть чисел (см. рисунок). Чему равно такое произведение?

2		20
5		50

Ответ: 1000.

Решение: обозначим числа в центральной строке x , y , z (см. рисунок ниже). Тогда $2 \cdot 5 \cdot x$ (левый ряд) = $20 \cdot 50 \cdot z$ (правый ряд) = $2 \cdot 50 \cdot y$ (диагональ), то есть $10 \cdot x = 1000 \cdot z = 100 \cdot y$. Тогда $y = 10z$, а $x = 100z$. Произведение чисел в центральной строке будет $x \cdot y \cdot z = 100z \cdot 10z \cdot z = 1000 \cdot z^3$. Поскольку, $1000z^3 = 20 \cdot 50 \cdot z$ (средняя строка и правый ряд), то получим $z^2 = 1$, тогда $z = 1$, а произведение равно 1000.

2		20
x	y	z
5		50

8. (12 баллов) Алиса решила подшутить над старшим братом и переклеила наклейки основных арифметических действий на калькуляторе. Когда брат сел делать домашнее задание, у него получилось, что $23/13=4-9$. Какое целое число в таком случае получилось в примере $119+7*4$?

Ответ: 13.

Решение: $23/13$ при подстановке разных арифметических знаков вместо деления может быть равно $23/13=1.7$, $23-13=10$, $23+13=36$, $23*13=299$. $4-9$ может оказаться равным $4/9$, $4-9=-5$, $4+9=13$, $4*9=36$. Как видим, совпадают только значения 36. Тогда "+" заменяет "/", а "*" заменяет "-". У нас остаются два знака / и -. Тогда искомое выражение может быть равно $119/7-4=13$ или $119-7/4$, но второй вариант не будет целым.

9. (14 баллов) Вместимость первого ведра составляет $2/3$ вместимости второго, а вместимость второго ведра составляет $3/4$ вместимости третьего. В каждом из вёдер налита вода: в первом ведре - половина его вместимости, во втором - $3/7$ вместимости, а в третьем - $1/14$ вместимости. Всего в трёх вёдрах 18 литров воды. Какова вместимость второго ведра?

Ответ: 21 литр.

Решение: Обозначим вместимость третьего ведра за x . Тогда вместимость второго - $3/4*x$, а первого - $2/3*(3/4*x) = 1/2*x$. Тогда в первом ведре налито $1/2*(1/2*x)=1/4*x$, во втором ведре - $3/7*3/4*x=9/28*x$, в третьем - $1/14*x$. Вместе это даёт 18 литров, то есть получаем уравнение $1/4*x+9/28*x+1/14*x=18$. Умножим обе части уравнения на 28: $7*x+9*x+2*x=18*28$ или $18*x=18*28$. Тогда $x=28$, а вместимость второго ведра - $3/4*x=3/4*28=21$ (литр).

10. (16 баллов) Отрядам в детском лагере дали задание нарисовать флаг. Ребята придумали себе красный флаг с одинаковыми диагональными полосами (см. рисунок, отрезки, обозначенные x , равны между собой). Теперь им надо такой флаг нарисовать на полотнище размером $4*6$ м². Чему равен отрезок x , если площадь полос должна составить $3/8$ площади флага?



Ответ: 0.5 метра.

Решение: Площадь прямоугольника равна $4 \cdot 6 = 24$ м². Треугольники, на которые полоса делит флаг, в сумме составляют прямоугольник со сторонами $(4 - 2 \cdot x)$ и $(6 - 2 \cdot x)$. Поскольку площадь полосы равна $\frac{3}{8}$ площади флага ($24 \cdot \frac{3}{8} = 9$), то получаем уравнение $(4 - 2 \cdot x)(6 - 2 \cdot x) = 24 - 9 = 15$ или $4x^2 - 20x + 9 = 0$. Корнями уравнения будут $x = \frac{1}{2}$ и $x = \frac{9}{2}$. Второй вариант не удовлетворяет условию ($x \leq 4$), то есть ответом будет только $x = \frac{1}{2}$ (метра).