



Зелёный уровень

1. (5 баллов) На тарелке лежали вишни. Миша съел половину всех вишен и еще 17 вишен. Оставшуюся одну испортившуюся вишенку Миша выбросил. Сколько вишен съел Миша?

Ответ. 35 вишен

Решение. После того, как Миша съел половину всех вишен, на тарелке осталась ровно половина вишен. Из них Миша съел 17, а одну выбросил. То есть всего в тарелке оставалось 18 вишен. То есть 18 – это ровно половина, а всего Миша съел $18+17=35$ вишен.

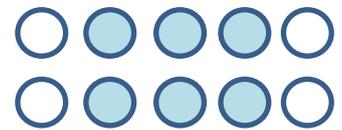
2. (5 баллов) У Марии Сергеевны осталось 5 неиспользованных дней отпуска. На рисунке 1 красным цветом отмечены в рамке выходные и праздники. Какое максимальное количество календарных дней подряд она может отдохнуть?

Понедельник Monday	Вторник Tuesday	Среда Wednesday	Четверг Thursday	Пятница Friday	Суббота Saturday	Воскресенье Sunday
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	1	2	3	4	5

Ответ. 11 дней

Решение. Если взять отпуск на 8, 10, 11, 12 и 15 числа месяца, то получится общий отпуск с 6 числа по 16, то есть 11 дней. В этот промежуток входят 4 выходных и 2 праздника. Поскольку дней отпуска 5, то промежутков между ними – 4. И, следовательно, «мест для выходных» максимум 4. Но мест, где можно взять отпускных дней по одному, чтобы остальные захватить праздниками, только 2. Поэтому максимально «разрядить» отпускные дни можно только разбив их на 1-1-3. Соответственно любое другое расположение дней приведёт к тому, что один (или больше) праздников не будут учтены, тогда размер отпуска сократится.

3. (7 баллов) У марсиан по пять рук. Группа марсианского детского сада построилась парами на прогулку (см. рис.) По правилам каждый ребёнок должен взять за одну руку каждого своего соседа, слева, справа, спереди или сзади. Сколько после этого останется свободных рук у детей этой группы?



Ответ. Останется 24 свободные руки.

Решение. Заметим, что у средних детей (на рисунке они выделены серым) свободными останутся по две руки, поскольку у каждого из них ровно три соседа. У остальных детей по два соседа. Значит, у них будет не задействовано по три руки. Таким образом, получаем всего свободных рук $6 \cdot 2 + 4 \cdot 3 = 24$.

4. (7 баллов) Ян выписал в ряд без промежутков числа от 1 до 50. Затем нашел пять цифр, наиболее часто встречающихся в этой последовательности, и все такие цифры вычеркнул. Какая цифра в новой последовательности стоит на первом месте?

Ответ. 6.

Решение. В каждом десятке каждая цифра единиц встречается по одному разу. Поэтому разница в количестве использованных цифр может быть только из-за цифр десятков. Это 1, 2, 3 и 4. Их больше всего. Кроме того, в последнем десятке есть 5 – это пятая наиболее часто встречающаяся цифра. Значит, после вычеркивания остались только цифры 6,7,8,9,0.

5. (10 баллов) Дядя Фёдор сообщил Шарику двузначное число. Шарик выяснил: если это число умножить на 3, то получится двузначное число, а если из исходного числа вычесть 3, а потом разделить результат на 3, то тоже получится двузначное число. Какое число Дядя Фёдор сообщил Шарику?

Ответ. 33.

Решение. Если после умножения на 3 двузначное число остается двузначным, то оно не больше 33. Если после деления на 3 двузначное число остается двузначным, то число, получаемое из исходного числа вычитанием 3, не меньше 30, то есть исходное число не меньше 33.

6. (10 баллов) Школьникам выдали по 4 карточки. На каждой карточке был написан слог ПА, или НА, или МА. Оказалось, что 13 ребят из своих карточек могут сложить слово МАМА, 15 детей – слово ПАПА и 17 школьников могут сложить слово НАНА. При этом слово ПАНАМА могут сложить 45 учеников. Сколько всего было школьников?

Ответ: 45 школьников.

Решение. Те дети, которые могут сложить ПАНАМА, используют для этого 3 карточки, оставшаяся 4-я карточка совпадает с одной из трех карточек, использованных для слова ПАНАМА. Поэтому тот, кто может сложить ПАНАМА, может еще сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА. Но $45 = 13 + 15 + 17$. При этом у любого ребенка есть хотя бы 2 одинаковых карточки, то есть он может сложить слово МАМА, или ПАПА, или НАНА, поэтому у всех школьников есть три различные карточки, все они могут сложить слово ПАНАМА, то есть школьников 45.

7. (13 баллов) Лисы всегда лгут, зайцы всегда говорят правду. В одном лесу живут только зайцы и лисы. На поляне собрались трое из них.

Первый сказал: «Я здесь один такой зверь».

Второй сказал: «Да, он здесь такой один».

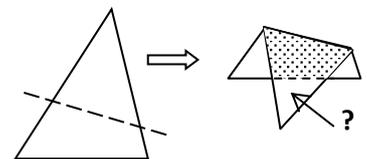
Третий сказал: «Да, лиса одна».

Кто есть кто?

Ответ: Все лисы

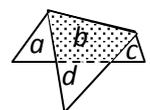
Решение. Первые двое говорят одно и то же. Значит, они оба либо лгут, либо говорят правду. Если первый сказал правду, то и второй сказал правду. Тогда они оба зайцы и получаем противоречие. Значит, оба сказали неправду. Значит, оба лисы. Тогда третий тоже солгал и все трое лисы.

8. (13 баллов) В бумажном треугольнике провели отрезок, делящий площадь треугольника пополам, а затем сложили по этой линии. Оказалось, что площадь «двухслойной части» (серая на рисунке) равна площади «однослойной части» и на 12см^2 меньше площади исходного треугольника. Найдите площадь нижнего маленького треугольника.



Ответ. 3 см^2

Решение 1. Обозначим части a , b , c и d . Из первого условия следует, что $a + b + c = b + d$, или $a + c = d$. Из второго следует, что $b = a + c + d$, то есть $b = 2d$. Также из второго условия получаем $a + c + d = a + 2b + c + d - 12$ (обе части равны b), откуда $b = 6$. Тогда $d = 3$.



Решение 2. Сгибая треугольник, мы уменьшаем его площадь на площадь двухслойной части. Значит, площадь серой фигуры равна 12. Поскольку треугольник разбили на две одинаковые по площади части, то площадь каждой части равна площади одной и той же серой фигуры + один или

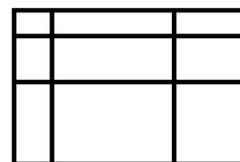
два треугольника. То есть площадь нижнего треугольника равна сумме площадей двух других. А в сумме их площади равны площади серой фигуры.

9. (13 баллов) В игре «лживые шашки» игроки по очереди выставляют на доску чёрные или белые шашки. Если игрок ставит белую шашку, он должен сказать правду, если чёрную – солгать. На доске стояла одна шашка. Петя поставил ещё одну шашку и сказал: «Теперь на доске чёрных шашек больше, чем белых». Какого цвета первая шашка?

Ответ. Белая.

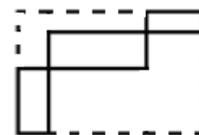
Решение. Заметим, что в любом случае игрок не мог поставить белую шашку. Так как, какая бы шашка на доске до этого ни стояла, поставив белую, нельзя сделать чёрных больше. Значит, игрок поставил чёрную шашку. Тогда он должен был солгать. Значит, на доске не могла быть чёрная шашка, иначе утверждение игрока было бы верным

10. (15 баллов) Андрей разбил большой прямоугольник двумя отрезками, параллельными одной стороне, и двумя отрезками, параллельными другой стороне, на 9 различных маленьких прямоугольников. Маргарита задает вопросы Андрею, и за один раз может узнать периметр любого из 9 маленьких прямоугольников. Маргарита хочет узнать сумму периметров всех 9 маленьких прямоугольников. За какое наименьшее количество вопросов она сможет это сделать?



Ответ: за 3.

Решение. Замети, что сумма периметров всех 9 прямоугольников – это утроенный периметр исходного прямоугольника. Значит, Маргарите нужно узнать периметр всего прямоугольника. Далее, заметим, что знания периметров трех прямоугольников по диагонали дает искомое. На рисунке это проиллюстрировано.



Докажем, что знания периметров любых двух прямоугольников недостаточно. Действительно, если выбраны любые два, то какой-то из трех горизонтальных отрезков не участвует в выборе. Например, на рисунке это средний отрезок. Но это означает, что имея неизменными два выбранных прямоугольника и меняя средний отрезок, получим разные периметры исходного.

