



## Зеленый уровень

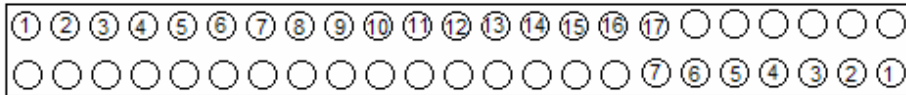
1. (5 баллов) Найдите такое ненулевое число, что если его треть умножить на его пятую часть, то получится само это число.

**Ответ.** 15.

**Решение.** Пусть искомое число равно  $X$ . Тогда  $(X/3)(X/5)=X$ , то есть  $X/15=1$ .

2. (5 баллов) На эскалаторе в метро через равные промежутки с обеих сторон установлены лампы. Все лампы пронумерованы, начиная с 1. Слева – сверху вниз, а справа – снизу вверх. Дима, стоя на эскалаторе, увидел напротив друг друга с одной стороны лампу с номером 7, а с другой – 17. Сколько ламп на эскалаторе?

**Ответ.** 46. **Решение.**



Из рисунка видно, что лампы с номерами от 1 до 16 на той стороне, где Дима увидел 17, вместе с лампами от 1 до 7 на той стороне, где Дима увидел 7, составляют ровно половину всех ламп на эскалаторе. Значит  $16+7=23$  – это половина всех ламп. Следовательно, 46 – общее число ламп.

3. (7 баллов) В детском саду проводился День дружбы. Каждый ребёнок принёс несколько своих любимых игрушек, причём все принесли одинаковое количество. Игрушки положили на большой стол, после чего каждый подошёл и выбрал себе любые три. В итоге на столе остались 17 игрушек. Сколько детей в детском саду, если известно, что их точно больше одного?

**Ответ:** 17.

**Решение 1.** Пусть детей в саду  $n$ , и каждый ребенок принес  $k$  игрушек. Тогда  $kn = 3n+17$ . Отсюда  $n(k-3)=17$ . Так как  $n > 1$ , то  $n=17$ .

**Решение 2.** Так как каждый ребенок взял игрушек меньше, чем принес (иначе игрушек бы не хватило), то на столе лежат «лишние» игрушки и их количество должно делиться на число детей.

4. (7 баллов) Из Мухина в Котлетск и из Котлетска в Мухино навстречу друг другу одновременно выбежали два спортсмена. Когда первоначальное расстояние между ними сократилось на 28 км, то первому из спортсменов осталось бежать (до Котлетска) втрое больше, чем расстояние между спортсменами в этот момент, а второму (до Мухино) – втрое больше, чем он уже пробежал. Каково расстояние между Мухино и Котлетском?

**Ответ:** 32 км

**Решение.** Пусть расстояние между бегунами равно  $x$ . Тогда первому осталось бежать  $3x$ , то есть второй пробежал  $2x$ . Поэтому второму осталось пробежать  $6x$ , то есть первый пробежал  $5x$ . Вместе они пробежали  $7x$ , и по условию это 28 км. Отсюда  $x=4$ , а расстояние между городами равно  $5x+x+2x = 8x = 32$  км.

5. (10 баллов) Тётя Груша продаёт кабачки. Три кабачка она продаёт за 5 долларов, четыре кабачка – за 6 долларов, а пять кабачков – за 7 долларов. Ни в каком другом количестве тётя Груша кабачки не продаёт. Вчера она продала 100 кабачков и выручила за них 160 долларов. Сколько продаж совершила вчера тётя Груша?

**Ответ.** 30.

**Решение.** Будем считать, что по доллару с продажи каждого кабачка тётя Груша кладёт в фартук, а остальное (как раз 2 доллара с каждой продажи) – в карман. Тогда в конце дня в фартуке окажется 100 долларов. Значит, в кармане окажется  $160-100=60$  долларов, а раз с каждой продажи в карман шло по 2 доллара, то продаж было 30.

6. (10 баллов) На Острове Невезения мальчики всегда говорят правду, а девочки всегда лгут. На этом острове жила семья с тремя детьми. Однажды они собрались вместе и заявили: Саша: «У

меня две сестры». Женя: «И у меня две сестры». Валя: «А у меня два брата». Сколько мальчиков и сколько девочек в этой семье? (Замечание: имена Саша, Женя и Валя могут носить как мальчики, так и девочки)

**Ответ.** 1 мальчик и 2 девочки.

**Решение.** Поскольку утверждения противоречивы, они не могут быть все истинными. Значит, есть хотя бы одна девочка. Если только 1 девочка, то мальчики должны сказать «У меня 1 сестра» или «У меня 1 брат». Этого не прозвучало. Но девочек не может быть и 3, так как тогда было бы верно «У меня две сестры», а по условию девочка это сказать не может. Вариант 2 девочки (например, Саша и Валя) и мальчик подходит.

7. (13 баллов) В ящике лежат 2018 белых шаров, 2019 красных, 2020 синих и 1000 чёрных. Какое наименьшее число шаров нужно взять из ящика, не заглядывая внутрь, чтобы среди взятых шаров наверняка оказались шары хотя бы трёх разных цветов?

**Ответ:** 4040.

**Решение.** Если взять всего 4039 шаров, то все они могут оказаться синими и красными, то есть трех разных цветов не будет. Если же взять хотя бы на шар больше, то будут представлены хотя бы три цвета, потому что никакая пара цветов в сумме не может дать такого числа шаров.

8. (13 баллов) В прямоугольном треугольнике наименьшая высота вчетверо короче гипотенузы. Во сколько раз самый большой угол этого треугольника больше самого маленького из углов?

**Ответ:** в 6 раз.

**Решение:** наименьшая высота в прямоугольном треугольнике - высота, проведенная к гипотенузе. Известно, что медиана, проведенная к гипотенузе, вдвое короче ее, поэтому высота в искомом треугольнике вдвое короче медианы. Значит, угол между медианой и гипотенузой равен 30 градусам. Далее рассмотрим равнобедренный треугольник, вершина которого находится в середине гипотенузы, а основание - больший катет. Угол при его вершине равен  $150^\circ$ , поэтому углы при основании равны по  $15^\circ$ .  $15^\circ$  градусов - величина наименьшего из углов исходного треугольника, а наибольший угол -  $90^\circ$ , то есть вшестеро больше.

9. (15 баллов) В клетках таблицы  $10 \times 10$  записаны числа от 1 до 100. Выберем одно число и вычеркнем строку и столбец, в которых оно стоит. Затем выберем еще одно число и т.д. Чему может быть равна сумма всех выбранных чисел?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
			...						
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

**Ответ:** 505.

**Решение:** Решение: Будем считать, что в последнем столбце число единиц равно 10, а число десятков, соответственно 0, 1, 2, ..., 9. В результате описанной в условии процедуры мы выберем одно число с числом единиц 1, одно - с числом единиц 2, одним - с числом 3 и так далее, одно с числом единиц 10. Аналогично с числом десятков - одно число - с числом десятков 0, с числом десятков 1, ... одно - с числом десятков 9. То есть в сумме мы выберем единиц  $1+2+3+\dots+10 = 55$ , а десятков  $0+1+2+\dots+9=45$ , то есть всего сумма выбранных чисел в любом случае равна  $450 + 55=505$ .

10. (15 баллов) Три бегуна – X, Y и Z – участвуют в забеге. Z задержался на старте и выбежал последним, а Y выбежал вторым. Z во время забега менялся местами с другими участниками 6 раз, а X – 5 раз. Известно, что X финишировал раньше Y. В каком порядке они финишировали?

**Ответ:** ZXY.

**Решение:** Один обгон (обмен местами двух участников) - это изменение порядка движения. Так как начальный порядок XYZ, то после того, как кто-то первый раз обгонит X, X станет вторым по порядку. Второй обгон X сделает его первым или третьим, а следующий - снова вторым. Так как всего для него обгонов было пять, то в итоге он оказался вторым. И из вариантов ZXY и YXZ осталось выбрать тот, где X приходит к финишу раньше Y, то есть ZXY.