



Белый уровень

1. (6 баллов) Маша и Витя решили скопить денег на конструктор. У Маши было 12 монет, а у Вити - 40. Каждую неделю Маша добавляла 5 монет, а Витя одну. Через сколько недель количество монет у Маши и Вити сравняется?

Ответ. 7 недель.

Решение. Из условия задачи следует, что в неделю Маша добавляла на 4 монеты больше, чем Витя. Тогда для того, чтобы количество монет у ребят сравнялось, потребуется $(40-12)/4=7$.

2. (7 баллов) Петя решил после школы подняться домой не на лифте, а пешком. Он стал считать ступеньки и выяснил, что каждый пролёт содержит 7 ступеней, а между каждыми двумя соседними этажами 2 пролёта. Сколько ступеней прошёл Петя, поднявшись с 1 этажа домой на 14й?

Ответ. 182 ступени.

Решение. Если между соседними этажами 2 пролёта по 7 ступеней каждый, то это даст нам 14 ступеней. Чтобы подняться на 14й этаж, нужно пройти 13 раз по 14 ступеней, то есть общее количество ступеней равно $13*14=182$.

3. (7 баллов) Костя принимал участие в олимпиаде по программированию. Она началась 30 сентября в 12:00 и длилась 72 часа. 1 октября в 20:35 Косте осталось решить 1 задачу. Сколько времени осталось Косте для решения задачи? (Ответ давать в формате x часов у минут).

Ответ. 39 ч. 25 м.

Решение. 1 октября в 20:35 от начала олимпиады прошло 12 часов (30 сентября) плюс 20 часов 35 минут, то есть 32 часа 35 минут. Вычтем из 72 часов 32 часа 35 минут, получим 39 часов 25 минут.

4. (8 баллов) Бабушка отмерила по рецепту 20, 30, 50, 60 и 80 граммов соды, сахара, соли, муки, ванили. Известно, что ванили и соды вместе столько же, сколько муки. А соли и ванили вместе столько же, сколько соды. Сколько сахара отмерила бабушка?

Ответ. 60 г.

Решение. Из условия задачи получим уравнения $ваниль+сода=мука$, $соль+ваниль=сода$. Видим, что $соль$ и $ваниль$ - маленькие величины, потому что сложив их вес, получим вес соды, которая входит ещё в одно равенство в качестве слагаемого. Из имеющихся значений можно составить только два равенства: $20+30=50$ и $50+30=80$. (сумму 60 нельзя составить из имеющихся величин) В этом случае соль - 20, ваниль - 30, сода - 50, мука - 80. Остаётся сахар - 60 граммов.

5. (8 баллов) Внутри прямоугольника нарисованы отрезки, отмечены некоторые углы. Чему равен угол x ?

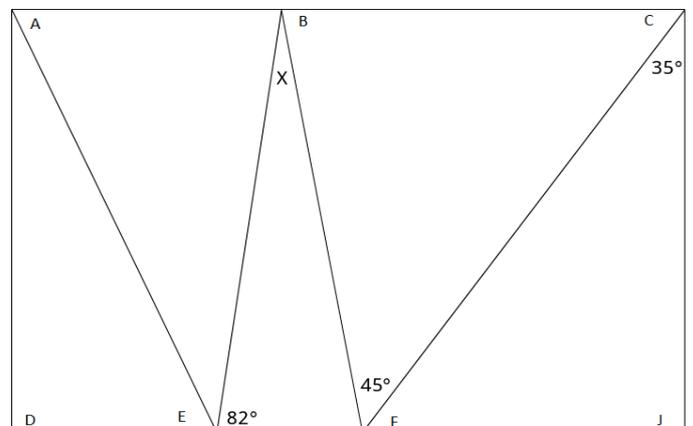
Ответ. 18.

Решение. Обозначим точки пересечения отрезками исходного прямоугольника. (см. рис.).

В треугольнике CFJ $\angle CFJ=90^\circ-35^\circ=55^\circ$. Тогда развёрнутый $\angle EFJ=180^\circ$, откуда $\angle EFB=180^\circ-\angle JFC-$

$\angle CFB=180^\circ-55^\circ-45^\circ=80^\circ$. Из треугольника EBF

$x=\angle EBF=180^\circ-\angle BEF-\angle EFB=180^\circ-82^\circ-80^\circ=18^\circ$.



6. (10 баллов) Ивановы поехали на машине из Саратова в Хвалынский. Через четверть пути их дочка Соня поняла, что забыла любимую куклу, после чего Ивановы повернули назад, но, проехав 30 км, всё-таки нашли куклу, после чего поехали опять в Хвалынский. Проехав ещё половину исходного пути, они обнаружили, что им осталось проехать 100 км. Каково расстояние между городами?

Ответ. 280 км.

Решение. Обозначим x весь путь, который предстоит Ивановым. Тогда их движение можно описать выражением $\frac{1}{4}x - 30 + \frac{1}{2}x$. Если добавить ещё 100 км, то получим весь путь, то есть x . Тогда $\frac{1}{4}x - 30 + \frac{1}{2}x + 100 = x$, отсюда $70 = \frac{1}{4}x$, $x = 280$.

7. (10 баллов) Серёжины родители собрали в лесу подосиновики, подберёзовики и грузди. Всего грибов было 110 штук. Когда Серёжа спросил папу, сколько каких грибов они привезли, то папа-математик ответил, что груздей они собрали в 13 раз больше, чем подосиновиков, а подберёзовиков больше, чем подосиновиков в чётное количество раз. Сколько подосиновиков (а их было больше одного) собрали Серёжины родители?

Ответ. 5.

Решение. Пусть подосиновиков было собрано x штук. Тогда груздей - $13x$, а подберёзовиков - $2ax$, где a - какое-то натуральное число. Всего грибов $x + 13x + 2ax = (14 + 2a)x = 110$. Разложим число 110 на множители. $110 = 2 \cdot 5 \cdot 11 = 10 \cdot 11 = 22 \cdot 5 = 55 \cdot 2$. Множитель $14 + 2a$ будет чётным и большим четырнадцати. Единственный подходящий вариант - 22. Тогда $x = 5$. Вариант $x = 1$ не подойдёт, так как при этом количество подосиновиков - 1 штука, что не удовлетворяет условию задачи.

8. (10 баллов) На конференцию пришли 128 человек слушать доклады в трёх секциях: “Физика”, “Биология” и “Медицина”. Доклады всех трёх секций послушали 16 человек, доклады по физике и биологии - 34, по биологии и медицине - 31, по медицине и физике - 37. Сколько человек прослушали доклады только одной секции?

Ответ. 58 человек.

Решение. Среди тех, кто прослушал доклады по физике и биологии, есть те, кто прослушал все три доклада, аналогично для прослушавших доклады по биологии и медицине, а также по медицине и физике. Тогда если мы сложим эти три величины, то трижды учтём тех, кто прослушал все три доклада. Если дважды вычтем это число, получим: $34 + 31 + 37 - 2 \cdot 16 = 70$ человек прослушали больше одного доклада. Тогда доклады только одной секции прослушали $128 - 70 = 58$ человек.

Указание для педагога в аудитории. В условии не указано, что те, кто прослушал доклады по физике и биологии, например, прослушали только (!) эти два доклада, поэтому в их число входят и те, кто прослушал все три доклада. Если участники будут задавать вопрос об этом, не следует прямо говорить это, а пояснить, что в задаче отсутствует слово “только”.

9. (15 баллов) В примере (одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, разные буквы - разные цифры)

МАТ

+КОД

ФФЫР

МАТ=574. Какая цифра не использована в этом равенстве?

Ответ. 2

Решение. $\Phi = 1$, так как сумма двух трёхзначных чисел не может дать четырёхзначное число большее, чем 1998. Чтобы получить единицу в разряде сотен, К должно равняться 5 или 6, но так как 5 уже использовано, $K = 6$. Остаётся пять неиспользованных цифр: 0, 2, 3, 8, 9. Подберём цифру Д. Это не может быть ноль, так как в этом случае Р должно быть четыре, а эта цифра использована. По той же причине $D \neq 2, 3$. Если $D = 8$, то $R = 2$, а для О и Ы не можем подобрать цифры, удовлетворяющие условию. Остаётся единственный вариант $D = 9$, $R = 3$, $O = 0$, $Ы = 8$. Тогда неиспользованной остаётся цифра 2.

Указание для педагога в аудитории. На вопрос, является ли ноль цифрой, можно смело отвечать “да”.

10. (15 баллов) Юля загадала трёхзначное число, а Света должна была угадать его. Света называла число, а Юля комментировала, есть ли в нём цифры загаданного числа и на своих ли местах. У них получилось следующее:

571 - две цифры не на своих местах.

513 - одна цифра на своём месте.

734 - две цифры не на своих местах.

Какое число загадала Юля?

Ответ. 417.

Решение. Поскольку в числе 513 цифра 5 никуда не переместилась, а одна цифра встала на своё место, значит, в загаданное число цифра 5 не входит. Тогда из первого утверждения делаем вывод, что в загаданное число входят 1 и 7 не на третьей и второй позициях соответственно. Из второго утверждения делаем вывод, что так как 1 точно входит в исходное число, значит, это она и стоит на своём месте. Знаем теперь, что 1 - на втором месте. Из третьего утверждения делаем вывод, что 7 не на первом месте, ранее показали, что и не на втором, значит, 7 - на третьем месте. Из второго утверждения понимаем, что цифра 3 отсутствует в исходном числе (так как знаем, что число содержит цифру 1, а других цифр исходного числа там нет), то есть в третьем утверждении говорится, что цифра 4 входит в исходное число. Для неё остаётся только первая позиция. Исходное число получается 417.