



Белый уровень

1. (5 баллов) Костя и Серёжа близнецы, и у них есть брат Витя, который младше их ровно на 4 года. Однажды в день их рождения мама испекла праздничный торт и расположила на нём 35 свечей - сумму возрастов всех мальчиков. Сколько лет Вите? (Ответ: 9)

Решение. Пусть возраст Кости и Серёжи - x лет, тогда возраст Вити - $(x-4)$ лет. Всем вместе $x+x+x-4=35$. Тогда $3x=39$, $x=13$. 13 лет старшим мальчикам, 9 лет Вите.

2. (5 баллов) Детский садик, куда ходят Костя и Серёжа, охраняется круглосуточно. На его территории одновременно находятся по два охранника. Сколько часов в неделю работает каждый из 6 охранников садика, если все они дежурят одинаковое время? (Ответ: 56 часов)

Решение. В неделе $24 \cdot 7 = 168$ часов, так как на территории одновременно работают два человека, то общее количество часов, которое за неделю нужно отработать, - $168 \cdot 2 = 336$. Итого каждый из шести охранников должен отработать $336/6 = 56$ часов.

3. (8 баллов) Девочки Инна, Кристина, Алиса, Оксана и Лиза, которые ходят в садик вместе с Костей и Серёжей, родились в один год в один из следующих дней: 12 сентября, 15 июля, 24 января, 7 мая, 12 июня. Известно, что Инна и Кристина родились летом, у Алисы день рождения нечётного числа, а Оксана на три месяца младше Инны. В какой день родилась Лиза? (Ответ: 24 января)

Решение. Инна и Кристина родились летом, то есть 12 июня и 15 июля. Если при этом Оксана младше Инны на три месяца, то Инна родилась 12 июня, Оксана - 12 сентября, Кристина - 15 июля. Остались две даты: 24 января и 7 мая. Так как у Алисы день рождения нечётного числа, то это 7 мая. Значит, Лиза родилась 24 января.

4. (8 баллов) Серёжа и Костя помогают бабушке собирать яблоки. Серёжа собирает 2 кг яблок за час, а Костя – 3 кг. За какое время они вместе соберут 7 кг яблок? (Ответ: 1 час 24 минуты)

Решение. Общая скорость сбора яблок двумя мальчиками - 5 кг в час. Тогда 7 кг они соберут за $7/5 = 1,4$ часа или 1 час 24 минуты.

5. (10 баллов) Костя и Серёжа решили поучаствовать в соревнованиях по бегу. Витя, поддерживавший их на старте, спросил братьев, какими они прибежали. Серёжа сказал: «Передо мной финишировало в три раза меньше человек, чем за мной». Костя сказал: «Передо мной финишировало в шесть раз меньше человек, чем за мной, а Серёжа финишировал через 2 человека». Сколько всего было участников забега? (Ответ: 29)

Решение. По словам Серёжи, можно посчитать, что всего участников забега было $x+3x+1$ (x человек перед ним, $3x$ - за ним и плюс он сам), по словам Кости аналогично получим общее количество участников $y+6y+1$. Если Серёжа финишировал через два человека, то $y+3=x$ (количество людей, финишировавших

перед Костей плюс сам Костя плюс ещё двое, что разделили братьев между собой). Тогда имеем систему уравнений, $4x=7y$ и $x=y+3$. Отсюда $4y+12=7y$, $3y=12$, $y=4$, $x=7$. Тогда всего участников забега $4x+1=29$.

6. (10 баллов) Костя и Серёжа взвешивали игрушки. Они положили на весы динозавра, машинку и пирамидку, а Витя сбросил с весов пирамидку, и весы показали 500 граммов. Когда ребята попытались повторить взвешивание, Витя сбросил с весов машинку, и весы показали 250 граммов. В третий раз, без динозавра, весы показали 350 граммов. Сколько же весили все три игрушки вместе? (Ответ: 550 граммов)

Решение. Обозначим веса игрушек первыми буквами их названий: Д, М, П. Тогда имеем систему уравнений: $Д+М=500$, $Д+П=250$, $М+П=350$. Выражая, например, все веса через вес Д, получим $М=500-Д$, $П=250-Д$, $М+П=500-Д+250-Д=750-2Д=350$. Тогда $2Д=400$, $Д=200$. Отсюда $М=300$, $П=50$. Все игрушки при этом будут весить $200+300+50=550$ граммов.

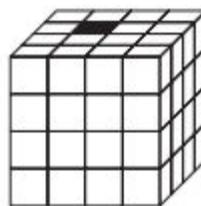
7. (12 баллов) Серёжа выложил 5 квадратиков 1×1 в полосу. Какое минимальное количество квадратиков нужно приложить к этой полоске (приложить – у любого нового квадратика есть с полоской хотя бы одна общая сторона) так, чтобы периметр получившейся фигуры стал в два раза больше периметра первоначальной фигуры? (Ответ: 6)

Решение. Так как квадратиков должно быть минимальное количество, то они не должны соприкасаться, чтобы максимально эффективно увеличить периметр. Каждый добавленный квадратик увеличивает периметр фигуры на 2 единицы. Периметр изначальной фигуры равен 12 (прямоугольник со сторонами 1 и 5), чтобы увеличить периметр ещё на 12 понадобится 6 квадратиков.

8. (12 баллов) Папа Кости и Серёжи улетел в командировку в Торонто. Его самолёт вылетел из Москвы в 19:25, а в Торонто прибыл в 11:10 следующего дня (время отправления и прибытия местное). Сколько времени длился полёт, если 2 часа ночи в Москве – это 7 часов предыдущего вечера в Торонто? (Ответ: 22 ч 45 м)

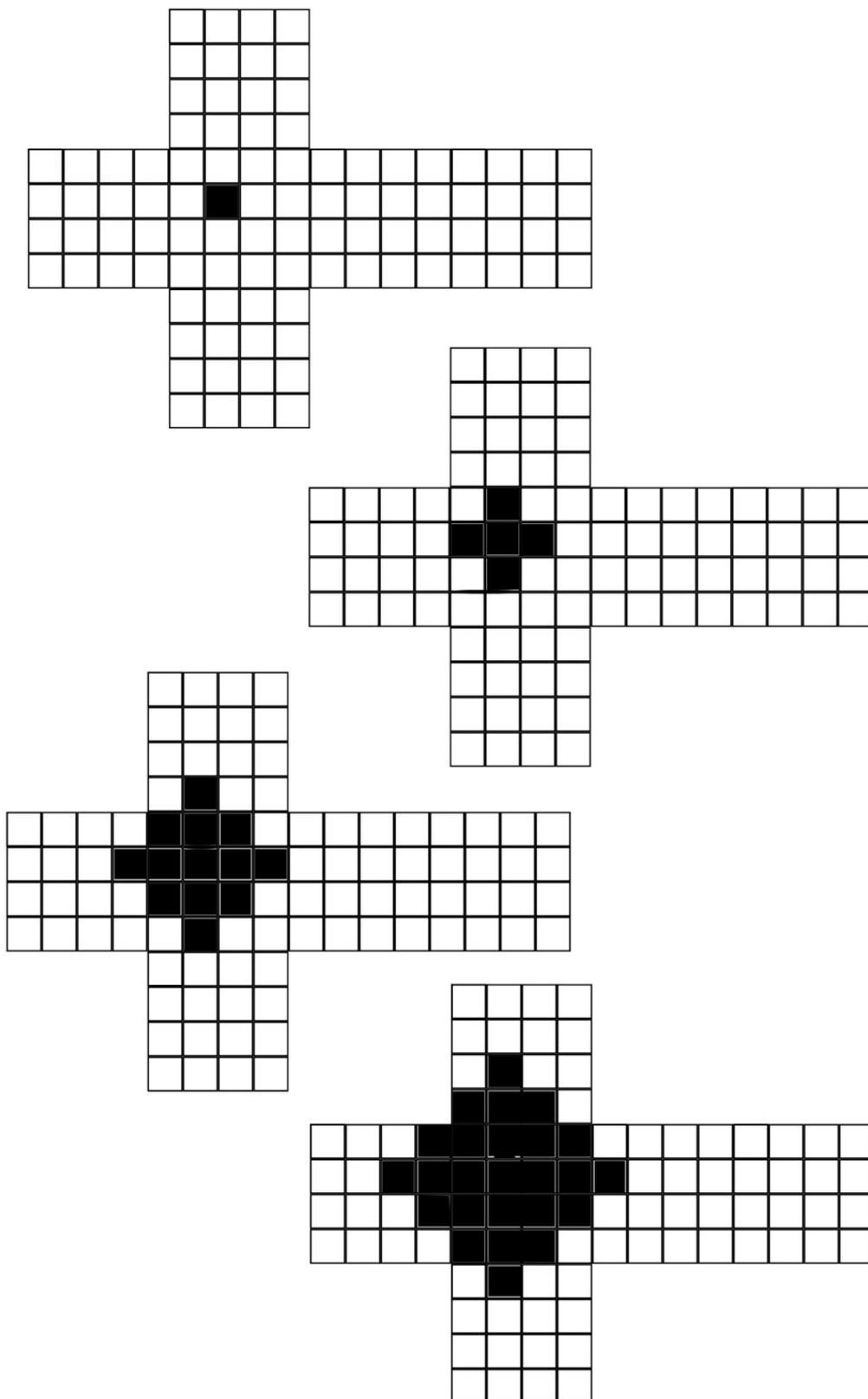
Решение. Если 19 часов в Торонто - это 2 часа ночи в Москве, то в Торонто время на 7 часов меньше. Тогда самолёт по времени Торонто вылетел в 12:25 и прилетел в 11:10 следующего дня. Значит, всего в пути он был на 1 час 15 минут меньше суток, то есть 22 часа 45 минут.

9. (15 баллов) В кубике $4\times 4\times 4$ каждая грань разбита на 16 квадратиков 1×1 . Один квадратик закрашен в чёрный, а остальные – белые (см. рис). Костя за один ход закрашивает чёрным все те квадратик, которые имеют хотя бы одну общую сторону с чёрным квадратиком. Сколько чёрных квадратиков получится после того,



как Костя сделает три хода? (Ответ: 25)

Решение. Достаточно изобразить процесс на развёртке кубика:



После трёх итераций получаем 25 кубиков, как видно на картинке.

10. (15 баллов) Костя и Серёжа разбросали в детской кубики. Известно, что красных кубиков 5, зелёных в три раза больше, чем красных, а синих – в два раза

меньше, чем красных и зелёных вместе. Каково минимальное количество кубиков должны собрать ребята, чтобы среди них точно оказался хотя бы один кубик каждого цвета? (Ответ: 26)

Решение. Из условия видно, что красных кубиков 5, зелёных - 15, синих - 10. Самый “плохой” вариант - собрать все зелёные и синие кубики, а только потом красные. Тогда минимальное количество кубиков равно $15+10+1=26$.

