



Красный уровень

1. (6 баллов) Сколько различных значений x , $-10 < x < 10$, удовлетворяют уравнению $\cos^2 x + 2 \sin^2 x = 1$?
2. (6 баллов) Средний набор из 3 гамбургеров, 5 молочных коктейлей и 1 упаковки картошки фри в “Макдональдсе” стоят 235 рублей, а большой набор из 5 гамбургеров, 9 молочных коктейлей и 1 картошки фри стоит 395 рублей. Сколько стоит там же малый набор из 2 гамбургеров, 2 молочных коктейлей и 2 упаковок картошки фри, если считать все цены установленными правильно и без скидок?
3. (8 баллов) Алик, Боря и Вася решили вместе 100 задач, при этом каждый из них решил ровно 60 задач. Задачу, которую решили все трое, назовем легкой, а задачу, которую решил только один из ребят, – трудной (при этом каждая задача решена как минимум одним мальчиком). Что больше и на сколько - количество легких задач или количество трудных?
4. (8 баллов) Четырехугольник MOST может быть вписан в окружность. Известно, что $\angle OMT = 20^\circ$, а $\angle MTS = 100^\circ$. Найдите в градусах величину угла между продолжениями сторон MT и OS.
5. (10 баллов) У Вани есть три прямоугольных параллелепипеда, объем каждого из которых равен 128. Площади двух граней первого равны 4 и 32, площади двух граней второго - 16 и 64, а третьего - 8 и 32. Какую наибольшую высоту может иметь башня, построенная из этих параллелепипедов?
6. (10 баллов) Числа A, BC, DD и AAE (каждая буква заменяет цифру, одной букве соответствует только одна цифра, одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры) образуют возрастающую арифметическую прогрессию. Найдите цифру C.
7. (10 баллов). Каждая станция детской железной дороги продаёт билеты до всех остальных станций, все эти билеты различны, на каждом указано название начальной и конечной станции. После того, как на этой дороге построили несколько (более одной) новых станций, пришлось допечатать 46 новых видов билетов. Сколько всего станций теперь действует на детской железной дороге?
8. (12 баллов) Три корня многочлена $f(x) = x^4 + ax^2 + bx + c$ равны 2, 3, и 5. Найдите $f(1)$.
9. (15 баллов) Для любых двух положительных чисел x и y обозначим через $x \diamond y$ положительное число, определённое в зависимости от x и y по некоторому правилу. Известно, что операция \diamond удовлетворяет свойствам $(x \cdot y) \diamond y = x(y \diamond y)$ и $(x \diamond 1) \diamond x = x \diamond 1$ для всех $x, y > 0$, а $1 \diamond 1 = 1$. Чему равно $20 \diamond 17$?
10. (15 баллов) Ваня играет в бильярд на столе, имеющем форму правильного треугольника ABC со стороной 40 см. Он отправляет шар от вершины A так, что после двух отражений от стенок BC и CA шар оказался около стороны AB в 10 см от вершины A. Какова длина пути, пройденного шаром к этому моменту?