Ответы и решения задач «белого» уровня сложности MathCat

Задача 1. (6 баллов) Вова готовится к марафону. В первый день он пробежал 6 км, а каждый последующий день – на 5 км больше, чем в предыдущий. Сколько километров он пробежит в шестой день?

Ответ: 31

Решение: Дистанции Вовы образуют арифметическую прогрессию с a_1=6, d=5.

Тогда a_6=a_1+(6-1)*d=6+5*5=31 км.

Задача 2. (7 баллов) В примере одинаковые буквы заменяют одинаковые цифры, а различным цифрам соответствуют разные буквы. Чему равно число abab, если b=3d?(См. рис. 1)

$$\begin{array}{r} \text{abab} \\ +\ \text{baba} \\ \hline \text{cdddc} \end{array}$$

Рисунок 1

Ответ: 5656

Решение: Если a+b≤9, то сумма будет четырёхзначной, значит, a+b>9. Тогда крайняя левая цифра равна 1 (c=1), потому что сумма двух чисел вкупе с переносом единицы из предыдущего разряда не может дать число, большее 19. Поскольку крайняя правая цифра суммы тоже c, то b+a=11. Тогда из второго столбца a+b=11, и единица перенеслась из регистра единиц, то есть вторая справа цифра суммы равна 2, или d=2. Поэтому b=3*d=6, a=11-6=5, и число abab равно 5656.

Задача 3. (9 баллов) Вася склеил гранями два игральных кубика. Когда он подсчитал сумму всех видимых цифр на получившейся фигуре, у него получилось 34. Какие цифры Вася склеил, если обе они нечётные?

Ответ: 3, 5

Решение: Сумма очков на всех гранях одного кубика равна 21, а на двух кубиках – 42. Если сумма видимых цифр – 34, то сумма двух склеенных – 42-34=8. Её дадут 2+6, 3+5, 4+4. Условию нечётности удовлетворяют только 3 и 5, что и будет ответом.

Задача 4. (10 баллов) Часовая стрелка на циферблате передвинулась ровно на 26 минут. Сколько времени прошло (в часах и минутах)?(См. рис. 2)

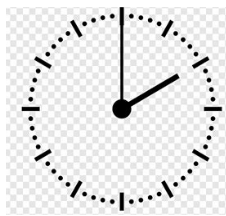

Рисунок 2

Ответ: 5 часов 12 минут

Решение: Часовая стрелка передвигается на 5 минут за час. Составим пропорцию: 5 минут – 1 час, 26 минут – x часов. Тогда x= 26/5 часа или 5 часов 12 минут.

Задача 5. (10 баллов) На турнире по программированию каждая задача получает свой рейтинг в зависимости от того, сколько человек её решили. Максимальный рейтинг задачи – 100, если её не решил никто. Задачу с рейтингом 0 решили все, в остальных случаях рейтинг рассчитывается по формуле 100-100*a/n, где n – общее количество участников, a – количество участников, решивших эту задачу. Какое минимальное количество человек приняло участие в турнире, если у самой сложной задачи был рейтинг 92?

Ответ: 25

Решение: Рейтинг задачи 100-100*a/n=92. Отсюда 100*a/n=8. 100a=8n. 25a=2n. Числа a и n обозначают количество участников, поэтому являются целыми числами, причем a не может быть нечётным. Минимальное n достигается при a=2, n=25.

Задача 6. (10 баллов) Бабушка Иоанна разливала оливковое масло в бутылки с прямоугольным сечением. Она налила полную бутылку масла с донышком 5×6 (см^2), и столько же масла она налила в бутылку 4×7 (см^2). Найдите высоту масла во второй бутылке, если масло в первой бутылке налито на высоту 14 см.

Ответ: 15 см

Решение: Объём масла в первой бутылке равен 5×6×14=420 (см^2), такой же объём масла будет во второй бутылке, откуда найдем ее высоту: 420/ (7×4) = 15 см.

Задача 7. (10 баллов) Антон и Андрей встретились в бассейне 1 февраля во вторник. Антон ходит в бассейн через 5 дней (на шестой), а Андрей – каждый вторник. Когда Антон и Андрей встретились в бассейне в следующий раз? (указать число и месяц, например, «11 января»)

Ответ: 15 марта.

Решение: Если Антон ходит в бассейн каждый шестой день, а Андрей – каждый седьмой, то они встретятся через 6*7=42 дня (27 дней в феврале и 15 в марте), то есть 15 марта.

Задача 8. (12 баллов) У электронных часов перегорели некоторые сегменты у одной из позиций. Две разные цифры часы показывают так, как изображено на рисунке. Что это за цифры?(См. рис. 3)

Рисунок 3

Ответ: 3,4

Решение: Сегменты, которые горят на рисунках, работающие. То есть в первой из цифр не используется левый верхний сегмент. Единственная цифра, у которой нет левого верхнего сегмента, но есть верхний и два правых, – 3, то есть не работают средний и нижний сегменты. Вторая цифра должна иметь левый верхний и оба правых сегмента и не иметь верхний, что возможно только для 4.

Задача 9. (12 баллов) Мама давала детям яблоки в школу. Первый ребёнок получил 1 яблоко и ⅛ всех остальных яблок, второй – 2 яблока и ⅛ остатка, … седьмой – 7 яблок и ⅛ остатка. Когда дети ушли в школу, мама поняла, что у неё не осталось яблок. Сколько яблок было изначально?

Ответ: 49

Решение: Седьмой ребёнок получил 7 яблок и ⅛ оставшихся. То есть маме должно было достаться ⅞ оставшихся яблок, что равно 0, тогда ⅛ яблок – тоже 0, и седьмой ребёнок получил 7+0=7 яблок. Шестой ребёнок получил 6 и ⅛ оставшихся яблок, тогда у седьмого – ⅞ оставшихся яблок, что равно 7, то есть ⅛ оставшихся яблок на этом этапе – 1 яблоко, тогда шестой ребёнок получил 6+1=7 яблок. После ухода пятого ребёнка осталось 7+7=14 яблок. Пятому дали 5 яблок и ⅛ оставшихся. 14 яблок, оставшихся после его ухода, составляют ⅞, тогда ⅛ – 2 яблока. Таким образом, пятый получил 5+2=7 яблок, четвёртый – 4+3=7 яблок, … первый – 1+6=7 яблок. То есть всего у мамы было 49 яблок.

Задача 10. (14 баллов) В параллелограмме, площадь которого равна 52 см^2, на верхней и нижней сторонах отмечены точки, делящие эти стороны пополам. Эти точки соединены с противоположными вершинами параллелограмма. Чему равна площадь закрашенной фигуры?(См. рис. 4)

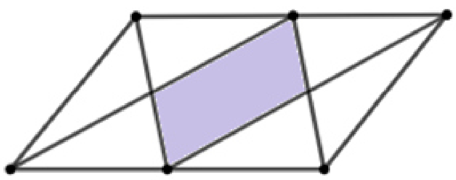

Рисунок 4

Ответ: 13 см^2

Решение: Соединим середины противоположных сторон. Это разбивает параллелограмм на два равных (по 26 см^2), и в каждом из них закрашен треугольник с вершиной в центре параллелограмма. Так как центр делит каждую диагональ параллелограмма пополам, то площадь каждой из двух закрашенных частей равна четверти площади параллелограмма, то есть 6.5 см^2. Итого в сумме 13 см^2