



Задачи «красного» уровня сложности MathCat

1. (5 баллов) Задача из рассказа “Репетитор” А.П.Чехова “Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 руб. Спрашивается, сколько купил он того и другого, если синее стоило 5 руб. за аршин, а черное - 3 руб. за аршин?”

2. (5 баллов) Числа a, b, c, d удовлетворяют системе уравнений:

$$a + b + c = 0$$

$$a + b + d = 1$$

$$a + c + d = 3$$

$$b + c + d = 4$$

Чему равна разность между наибольшим и наименьшим из этих чисел?

3. (8 баллов) В прямоугольнике $ABCD$ сторона BC в два раза больше стороны AB . На стороне BC выбрана точка E так, что угол AEB равен 30° . F - середина стороны BC . Найдите величину угла FDE .

4. (8 баллов) В закрытом ящике лежат 100 носков четырех разных цветов. Известно, что если вытащить из ящика наугад любые 80 носков, то среди них обязательно найдутся носки всех цветов. Какое число носков нужно вытащить из ящика, чтобы среди вытащенных гарантированно нашлись носки хотя бы двух разных цветов?

5. (9 баллов) Решите числовой ребус $7 * \text{АЛЬКОВ} = 6 * \text{КОВАЛЬ}$ (различные буквы обозначают различные цифры). В ответе напишите число АЛЬКОВ.

6. (11 баллов) Имеются две банки емкостью 1 и 2 л. Из содержимого этих банок можно приготовить 0.5 л смеси, содержащей 40% яблочного сока, и 2.5 л смеси, содержащей 88% сока. Каково процентное содержание сока в банках?

7. (12 баллов) D - произвольная точка на окружности, вписанной в равносторонний треугольник ABC со стороной 2. Найдите сумму квадратов расстояний от D до вершин треугольника.

8. (12 баллов) Профессор математики собирается читать в университете курс своих лекций в течение последующих 20 лет. Чтобы украсить лекции, он хочет каждый год рассказывать по 4 анекдота. При этом в течение любых двух лет подряд повториться может только один анекдот, и каждый год должен быть рассказан хотя бы один анекдот, который не встречался на протяжении предыдущих четырех лет. Каким наименьшим числом анекдотов сможет обойтись профессор?

9. (14 баллов) У вас есть три отрезка, из которых нельзя составить треугольник, потому что один из них длиннее, чем сумма двух остальных. Вы укорачиваете его на сумму двух остальных, и таким образом снова получаете три отрезка. Если из них снова не

получается составить треугольник, вы опять укорачиваете самый длинный из отрезков на сумму двух остальных. Так вы повторяете до тех пор, пока либо тройка отрезков не даст треугольник, либо один из отрезков не обнулится. Какое наибольшее число шагов может тянуться такой процесс?

10. (16 баллов) Семья рыбаков - отец и сын - хочет переправить боевую группу на Тайный остров. У них есть одна двухместная лодка. Вначале дорогу до Тайного острова знает только рыбак-отец. Но дорога лежит мимо Сторожевой башни, и каждый может пройти мимо неё не более 5 раз (иначе поднимется тревога). Все остальные могут стать проводниками, запомнив дорогу на остров. Рыбаку-сыну для этого достаточно проплыть на остров всего один раз, а бойцу для запоминания нужно проплыть туда и обратно. В конце рыбаки должны быть дома, а все бойцы – на острове. Для какого наибольшего числа бойцов удастся организовать переправу? (Доказывать максимальность не нужно, просто приведите число бойцов, которое вы смогли переправить с соблюдением всех правил.)